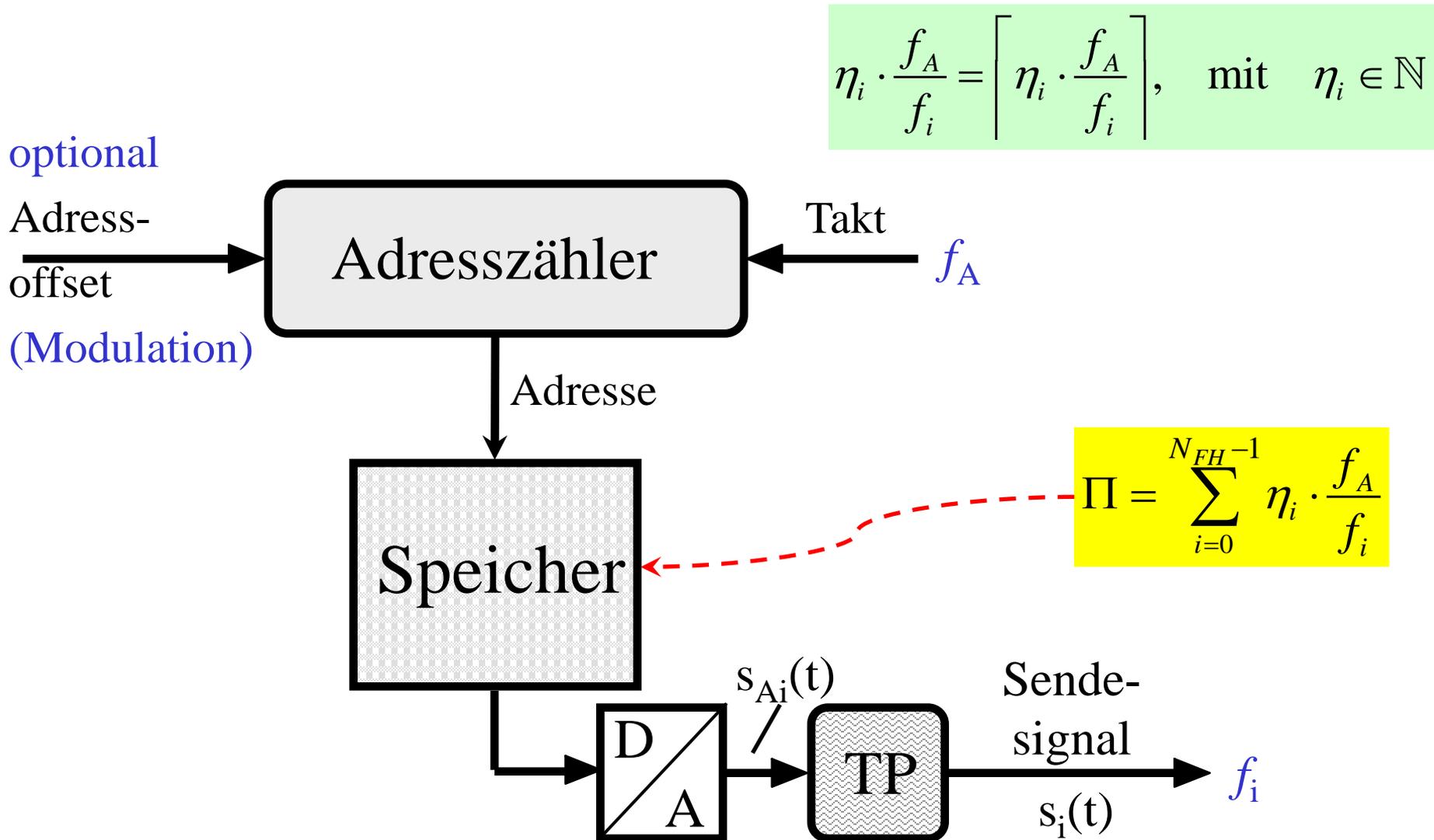


# Methoden zur Signalsynthese

klassische direkte Synthese

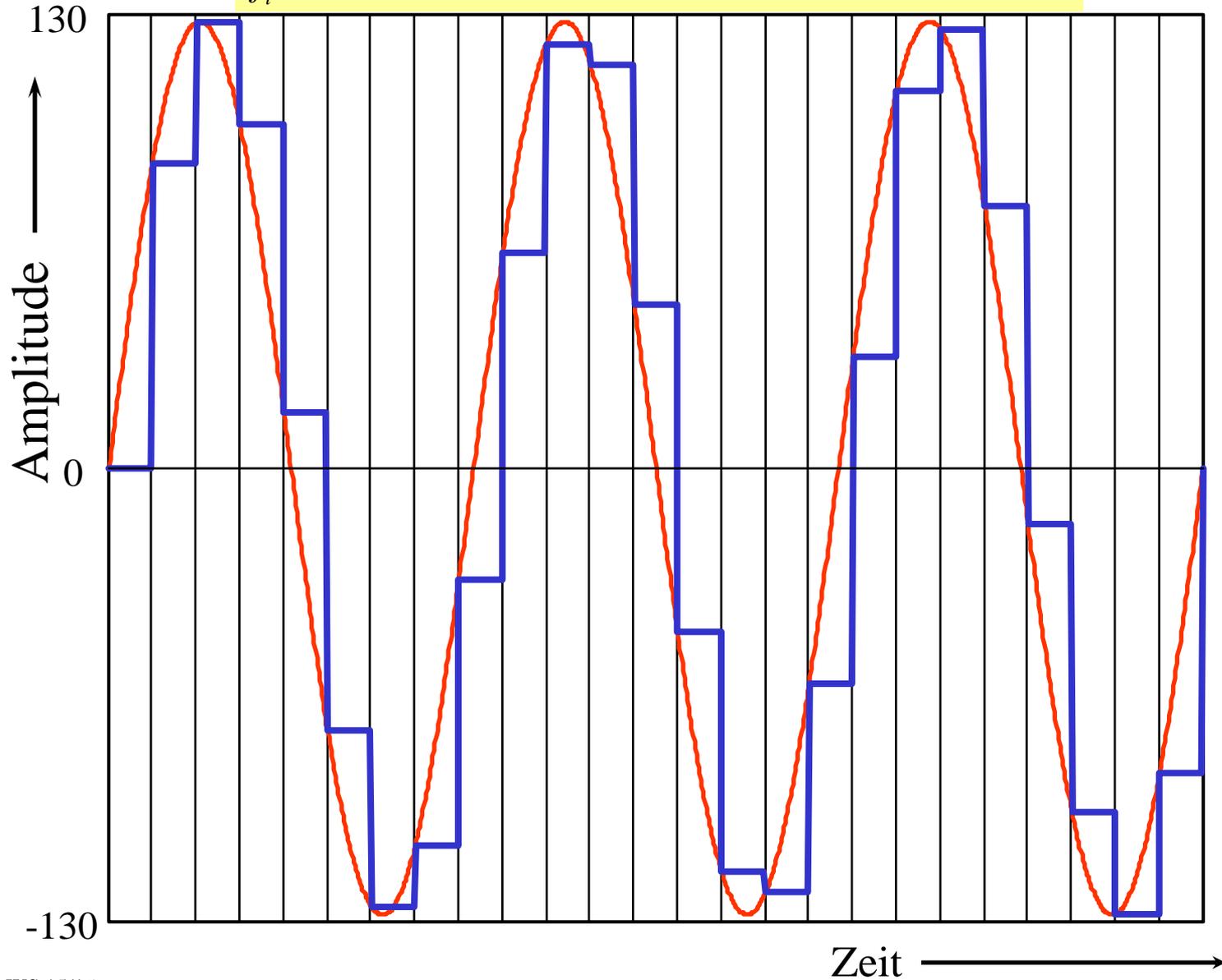


# Das Speicherausleseverfahren zur digitalen Signalsynthese



# Beispiel: Synthese von $f_i=72\text{kHz}$ bei $f_A=600\text{kHz}$

$$\frac{f_A}{f_i} = \frac{600}{72} = 8,3333 \Rightarrow \eta = 3 \Rightarrow 25 \text{ Abtastwerte sind nötig}$$



Beispiel einer  
Sammlung von  
30 orthogonalen  
Signalformen  
verschiedener  
Frequenz

1. Frequenz:  
9600Hz

Schrittweite:  
4800Hz

Abtastrate:  
600 kHz

Nr.	Frequenz in Hz	Zahl der Abtastwerte
0	9600	125
1	14400	125
2	19200	125
3	24000	25
4	28800	125
5	33600	125
6	38400	125
7	43200	125
8	48000	25
9	52800	125
10	57600	125
11	62400	125
12	67200	125
13	72000	25
14	76800	125
15	81600	125
16	86400	125
17	91200	125
18	96000	25
19	100800	125
20	105600	125
21	110400	125
22	115200	125
23	120000	5
24	124800	125
25	129600	125
26	134400	125
27	139200	125
28	144000	25
29	148800	125

ideal abgetastetes Signal:  $s_{Ai}(t) = s_i(t) \cdot \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = s_i(t) \cdot \frac{1}{|T_s|} \text{III}\left(\frac{t}{T_s}\right)$

=>Skript 108-110

reale Darstellung mit Treppenfunktion:  $s_{re}(t) = s_i(t) \cdot \frac{1}{|T_s|} \cdot \text{III}\left(\frac{t}{T_s}\right) * \text{rect}\left(\frac{t - \frac{T_s}{2}}{T_s}\right)$

fouriertransformiert:

$s_{re}(t) \circ \bullet S_{re}(f) = [S_i(f) * \text{III}(f \cdot T_s)] \cdot T_s \cdot \text{si}(\pi f T_s) \cdot e^{-j\pi f T_s}$

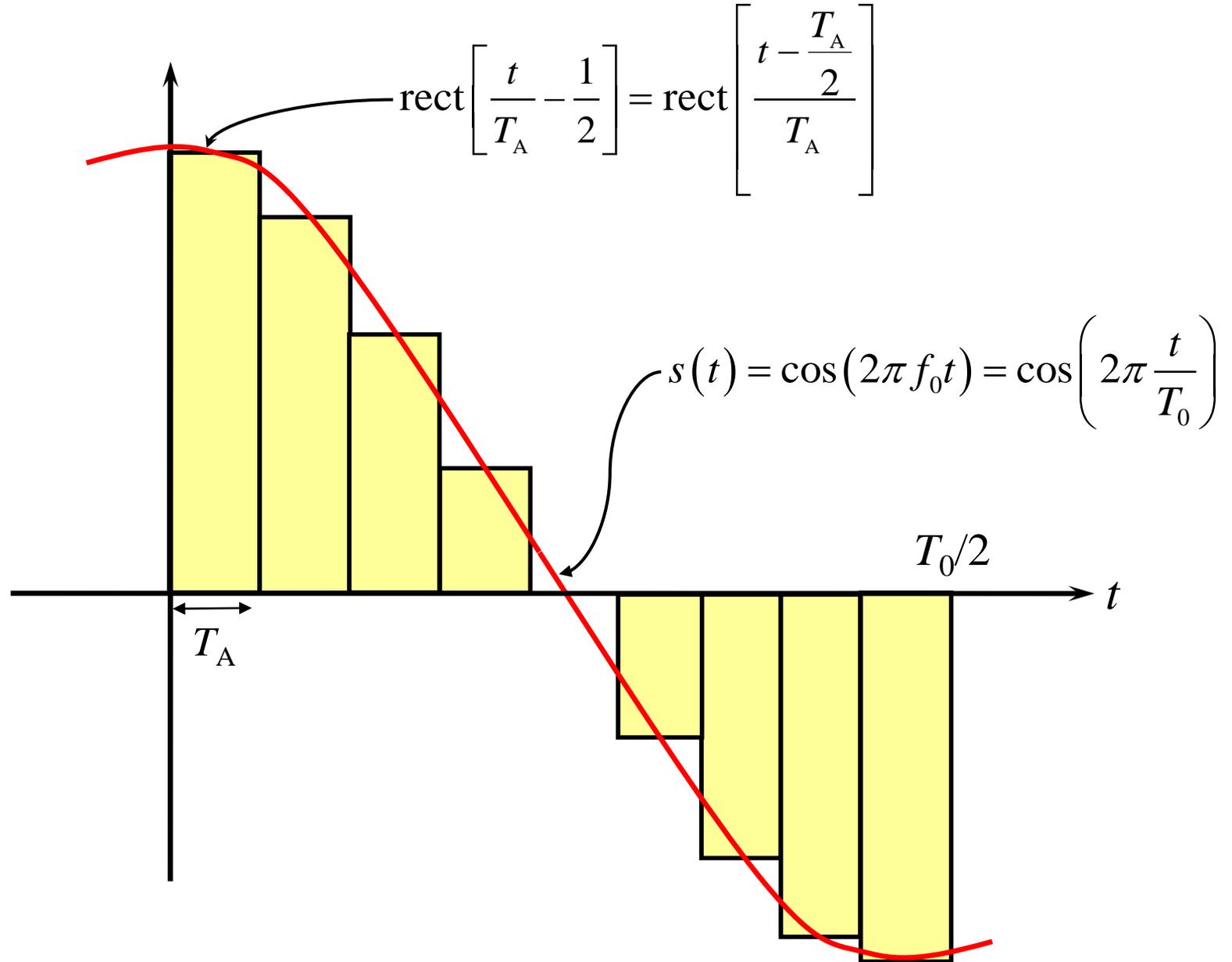
mit  $\text{III}(fT_s) = \frac{1}{|T_s|} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left[f - \frac{n}{T_s}\right]$ , ergibt sich

$$S_{re}(f) = \left[ S_i(f) * \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left[f - \frac{n}{T_s}\right] \right] \cdot \text{si}(\pi f T_s) \cdot e^{-j\pi f T_s} = \left[ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S_i\left[f - \frac{n}{T_s}\right] \right] \cdot \text{si}(\pi f T_s) \cdot e^{-j\pi f T_s}$$

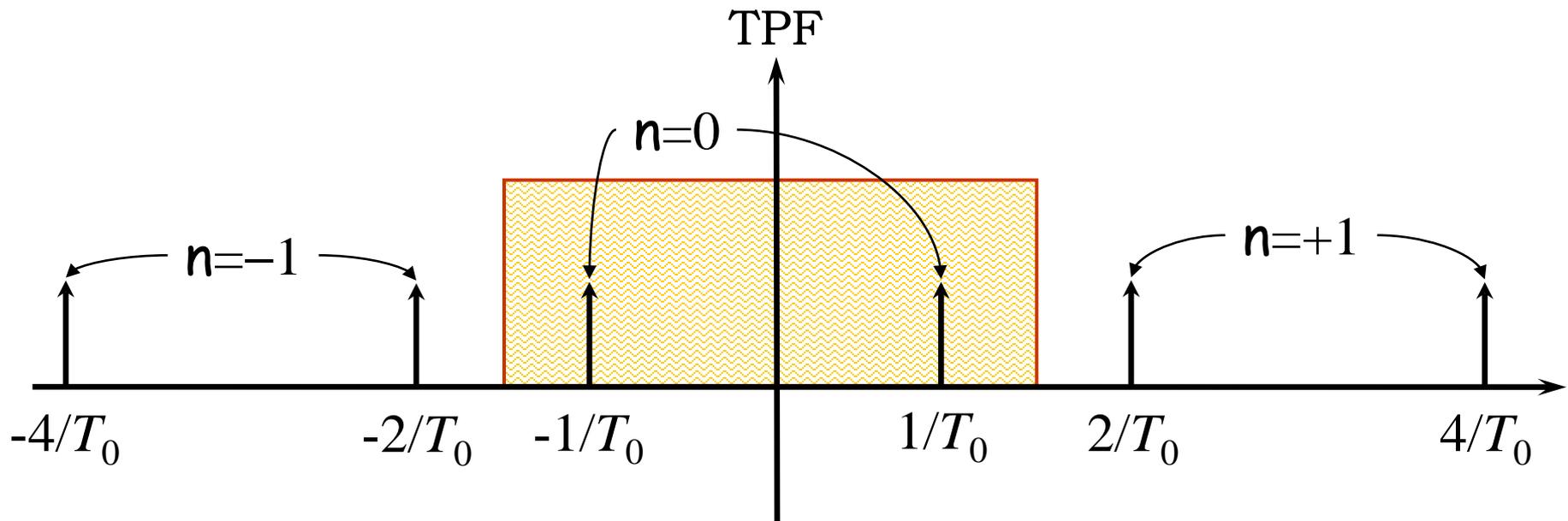
für ein Sinussignal:  $s_i(t) = \sin(2\pi f_i t) \circ \bullet S_i(f) = \frac{1}{2} [\delta(f + f_i) - \delta(f - f_i)] \cdot e^{j\pi/2}$

Ergebnis:  $S_{re}(f) = \frac{1}{2} \left[ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f + f_i - \frac{n}{T_s}\right) - \delta\left(f - f_i - \frac{n}{T_s}\right) \right] \cdot e^{j\pi/2} \cdot \text{si}(\pi f T_s) \cdot e^{-j\pi f T_s}$

# Reale Abtastung: Treppenfunktion anstelle von Diracimpulsen

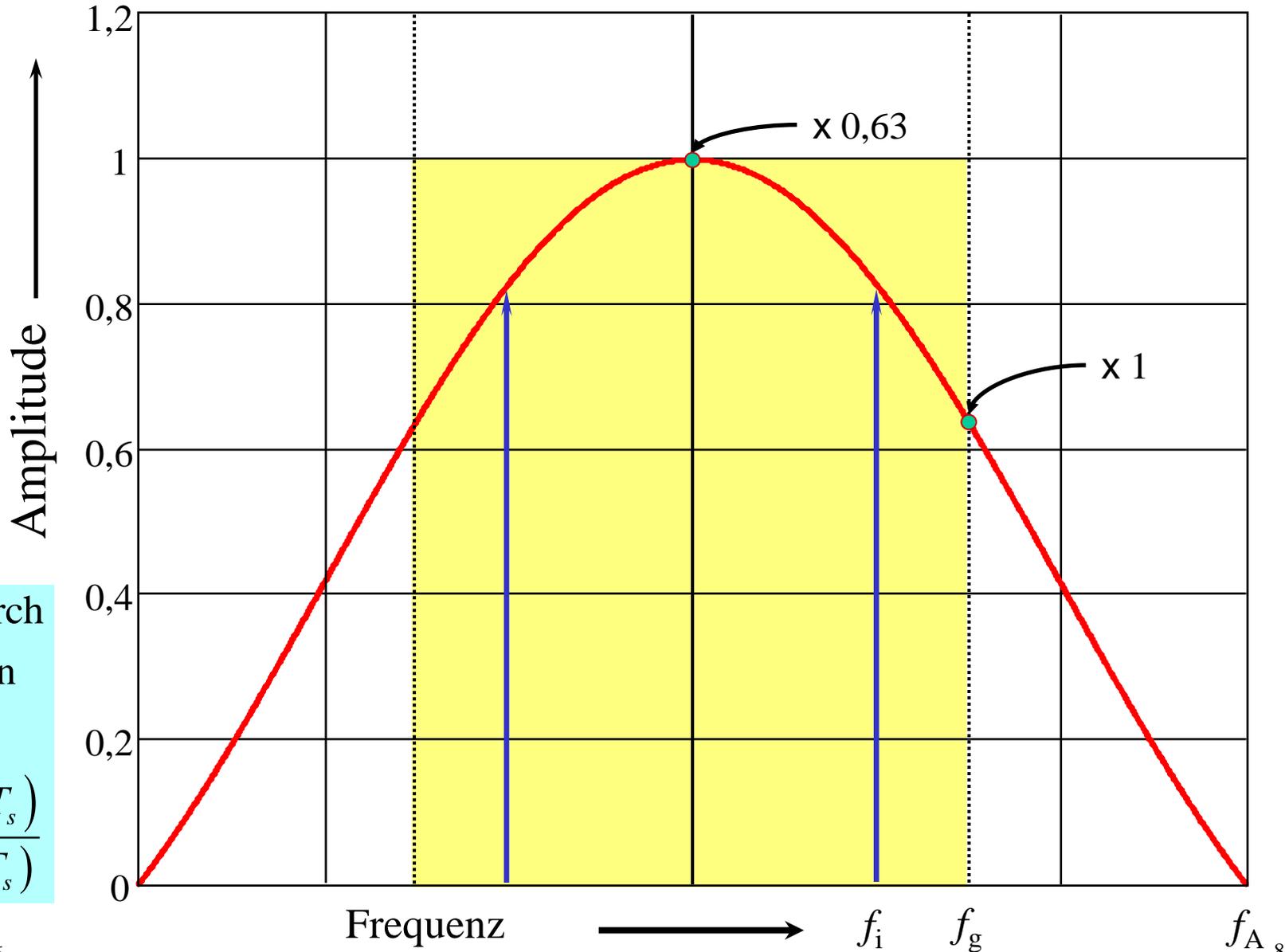


# Rekonstruktion aus dem Grundspektrum ( $f_0=1/T_0$ ) mit einem Tiefpassfilter (TPF)



# Fehler durch Gewichtung der Spektrallinien:

$$\text{si}\left(\pi \frac{f_i}{f_A}\right) \Rightarrow \text{für } f_A = 3f_i \Rightarrow \text{si}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0,826$$

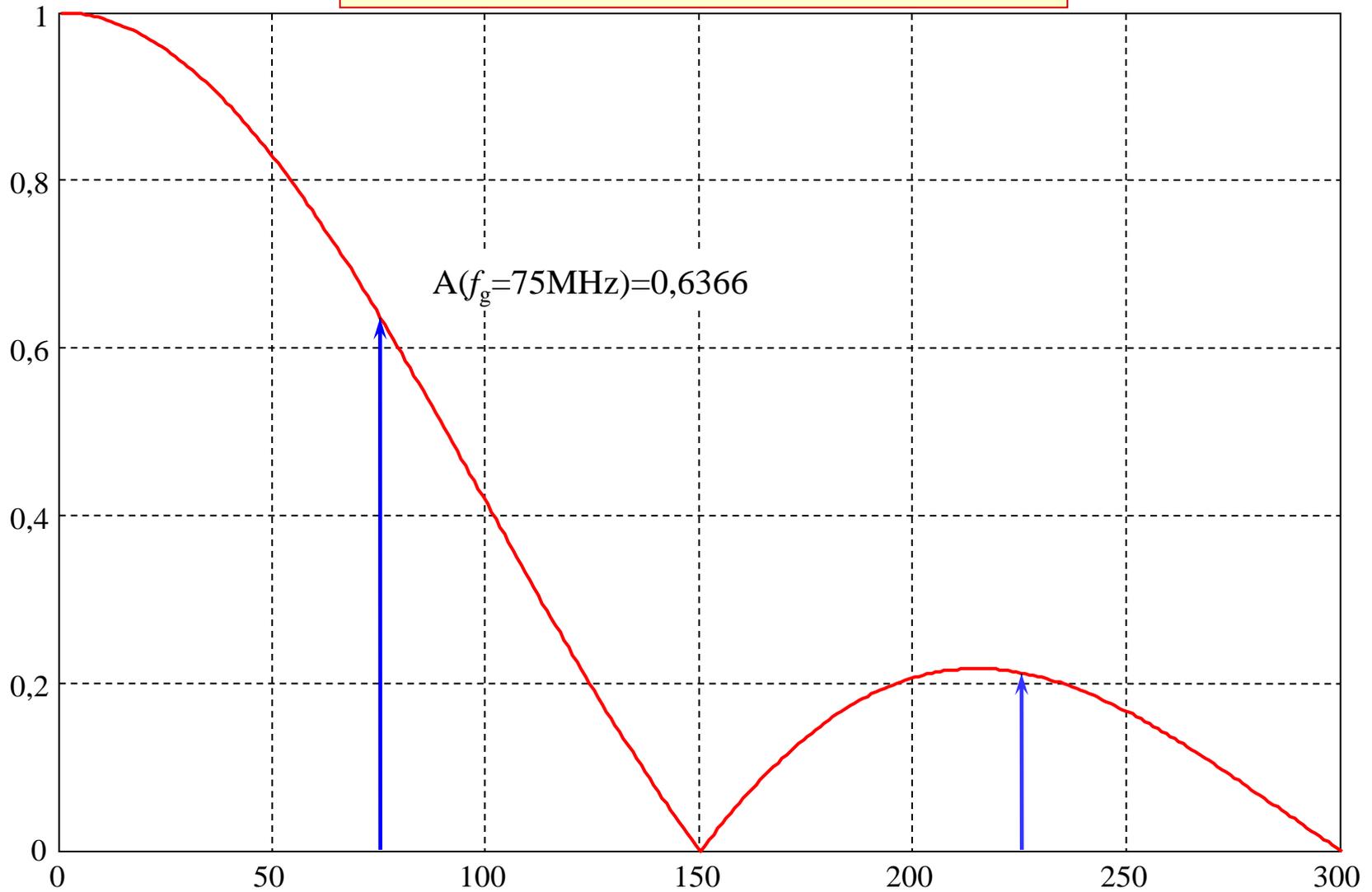


Korrektur durch  
Multiplikation  
mit:

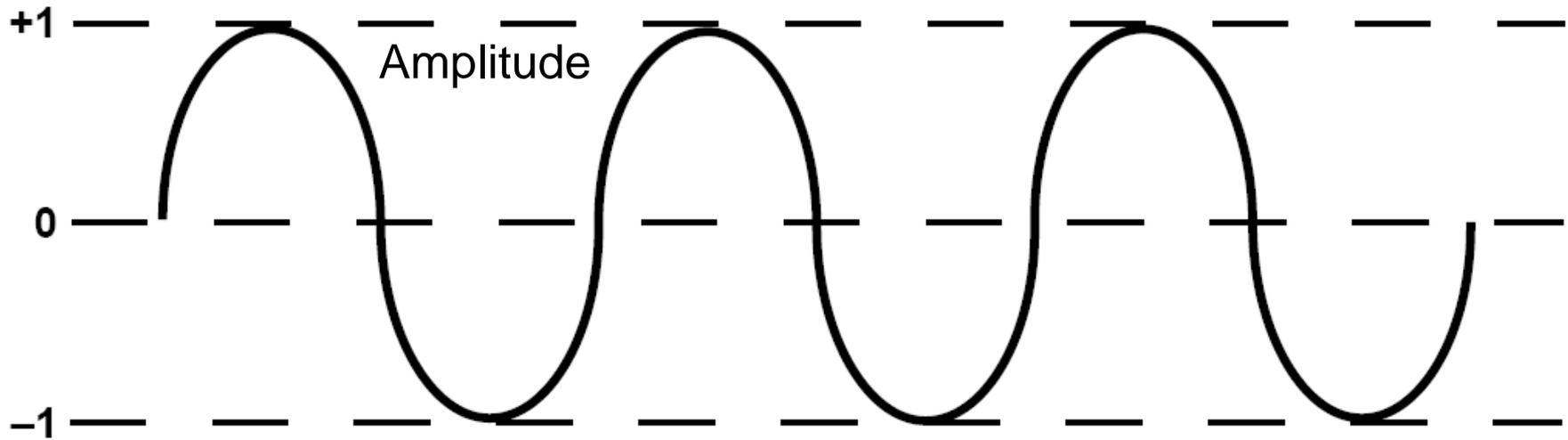
$$K_{f_i} = \frac{\text{si}(\pi f_g T_s)}{\text{si}(\pi f_i T_s)}$$

# Amplitude bei der Grenzfrequenz

$$\text{si}\left(\pi \frac{f_i}{f_A}\right) \Rightarrow \text{für } f_A = 2f_i \Rightarrow \text{si}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0,6366$$

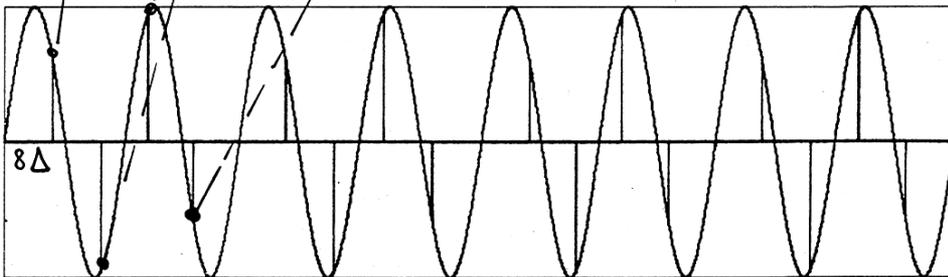
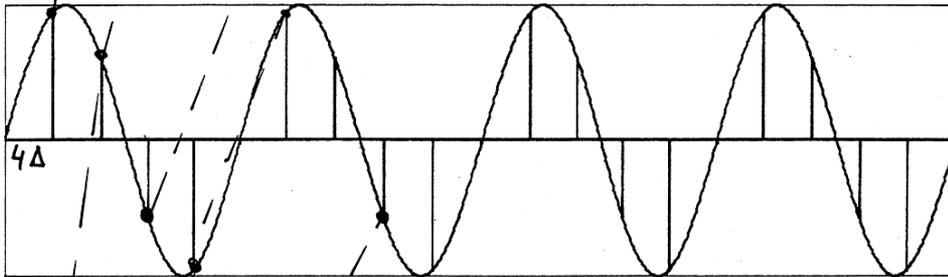
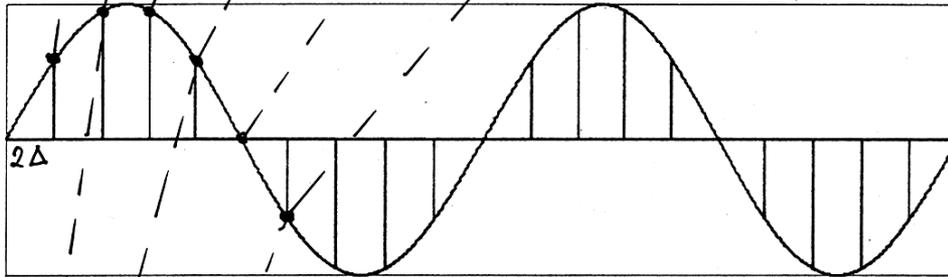
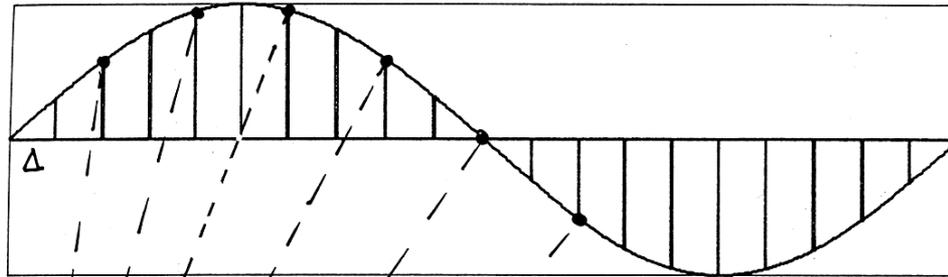


Phase und Amplitude einer Sinusschwingung:  $s(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t) = A \cdot \sin[\varphi(t)]$



$$\underbrace{\Delta\varphi}_{\text{diskrete Phasenschritte}} = \omega dt \Rightarrow \omega = \frac{\Delta\varphi}{\underbrace{dt}_{\text{diskrete Zeitschritte: } 1/f_c}} = 2\pi f$$

$$f = \frac{\Delta\varphi \cdot f_c}{2\pi} \Rightarrow \text{mit } 2\pi \hat{=} 2^{32} \text{ Schritten hat man: } f = \frac{\Delta\varphi \cdot f_c}{2^{32}}$$

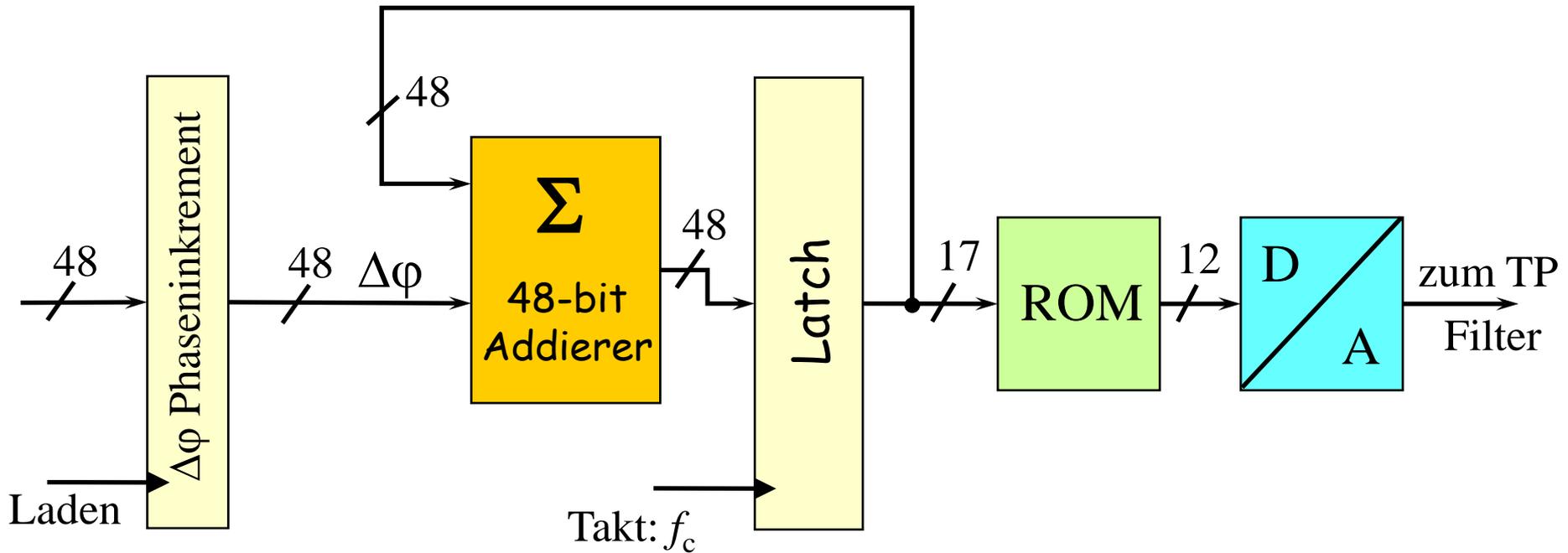


## DDS-Prinzip

- kleine Phasenschritte liefern niedrige Frequenzen
- mit wachsender Phasenschrittweite wächst die Ausgangsfrequenz



# Blockschaltbild eines direkten digitalen Synthesizers (DDS)



Beispiel: AD9854 mit  $f_c = 300\text{MHz}$ :

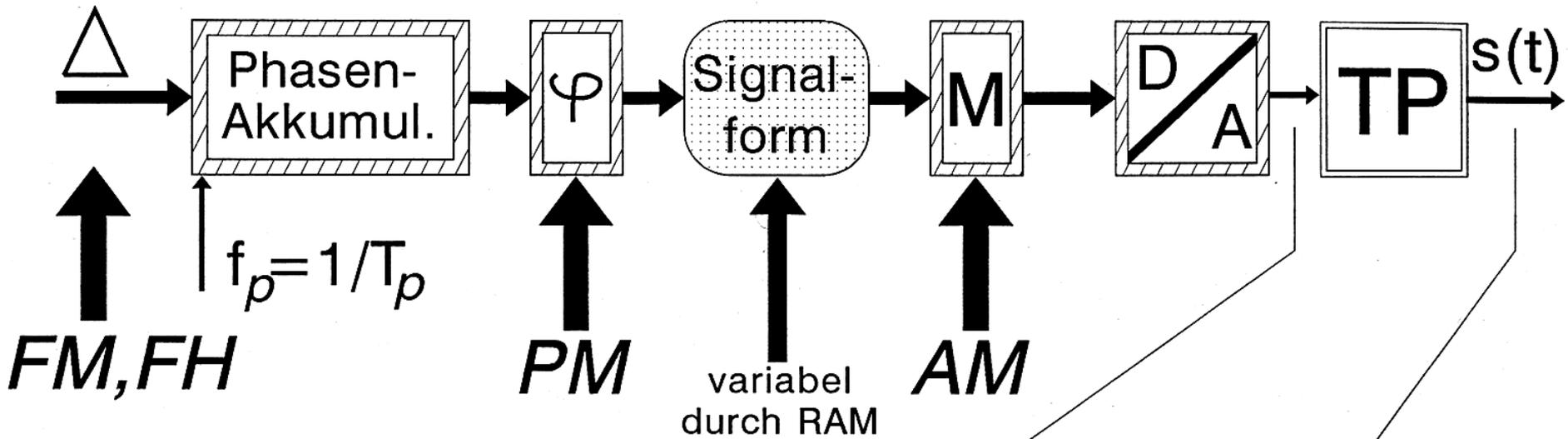
$$f_{\min} = \frac{300 \cdot 10^6}{2^{48}} \text{ Hz} \approx 1,0658 \mu\text{Hz}$$

Berechnung der Phasen-schrittweite  $\Delta\phi$  für  $f = 1\text{MHz}$ :

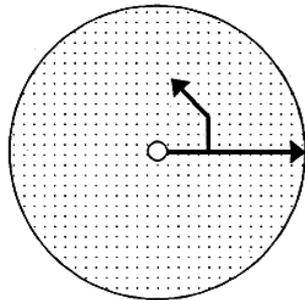
$$\Delta\phi = \frac{2^{48}}{300 \cdot 10^6} \cdot 10^6 = 2^{48} / 300 = \text{DA 74 0D A7 41h}$$

# Prinzip des numerisch kontrollierten Oszillators (NCO)

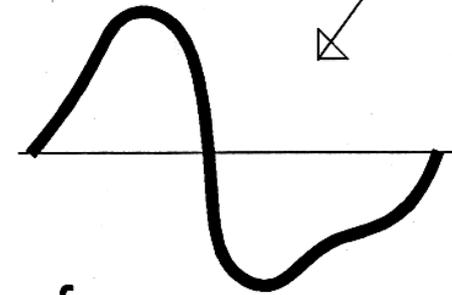
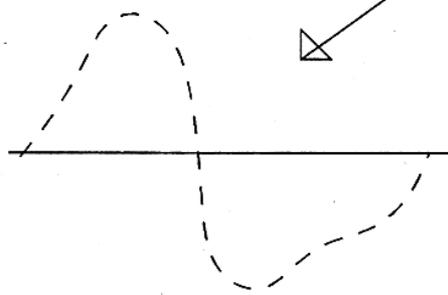
$$s(t) = A(t) \cdot \mathbb{F} \left[ 2\pi f(t) + \varphi(t) \right] \text{ mit } \mathbb{F}(\cdot) \text{ über Wertetabelle}$$



$2^n$  Schritte

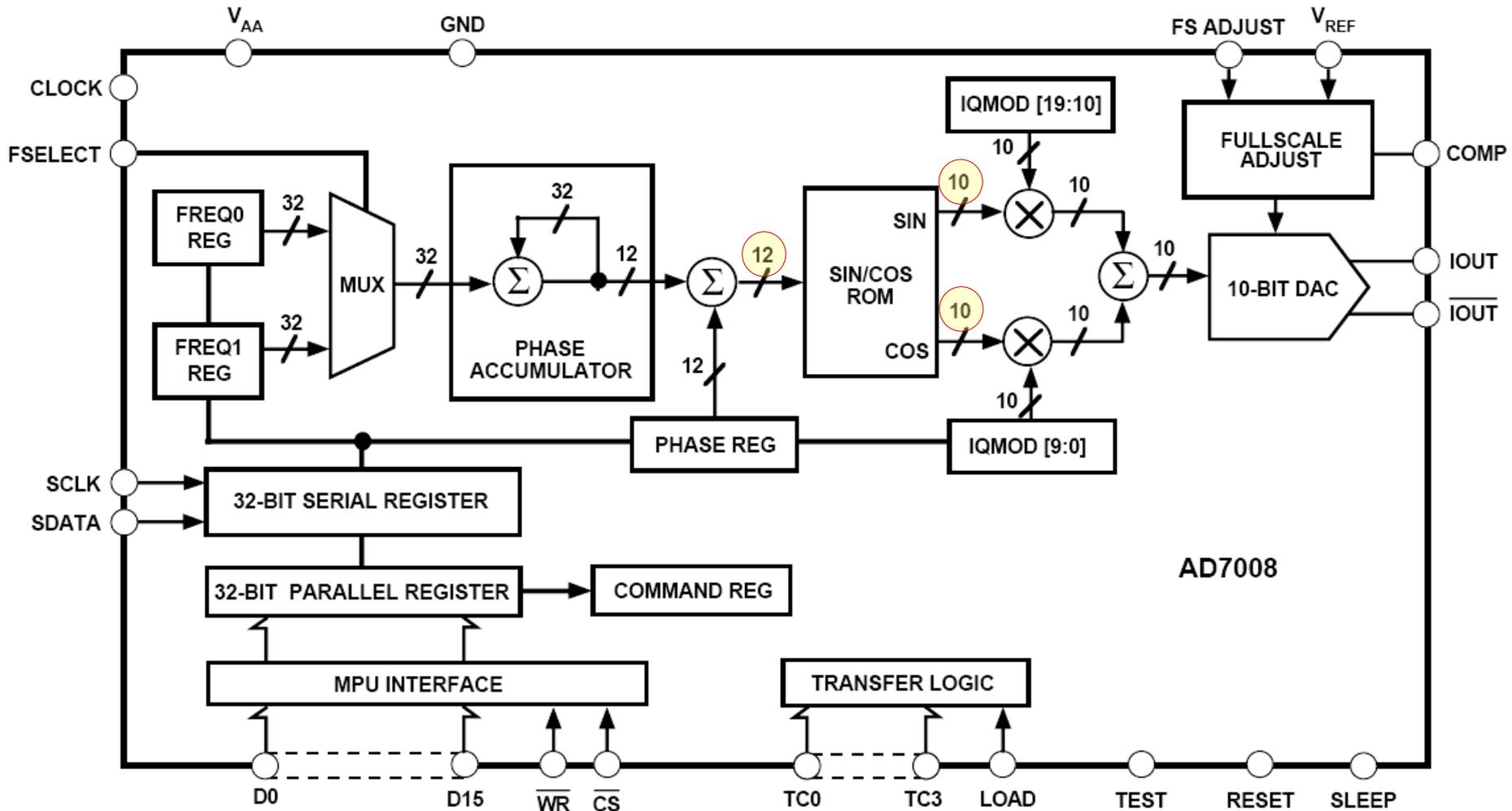


$\Delta$  Schritte pro  $T_p$

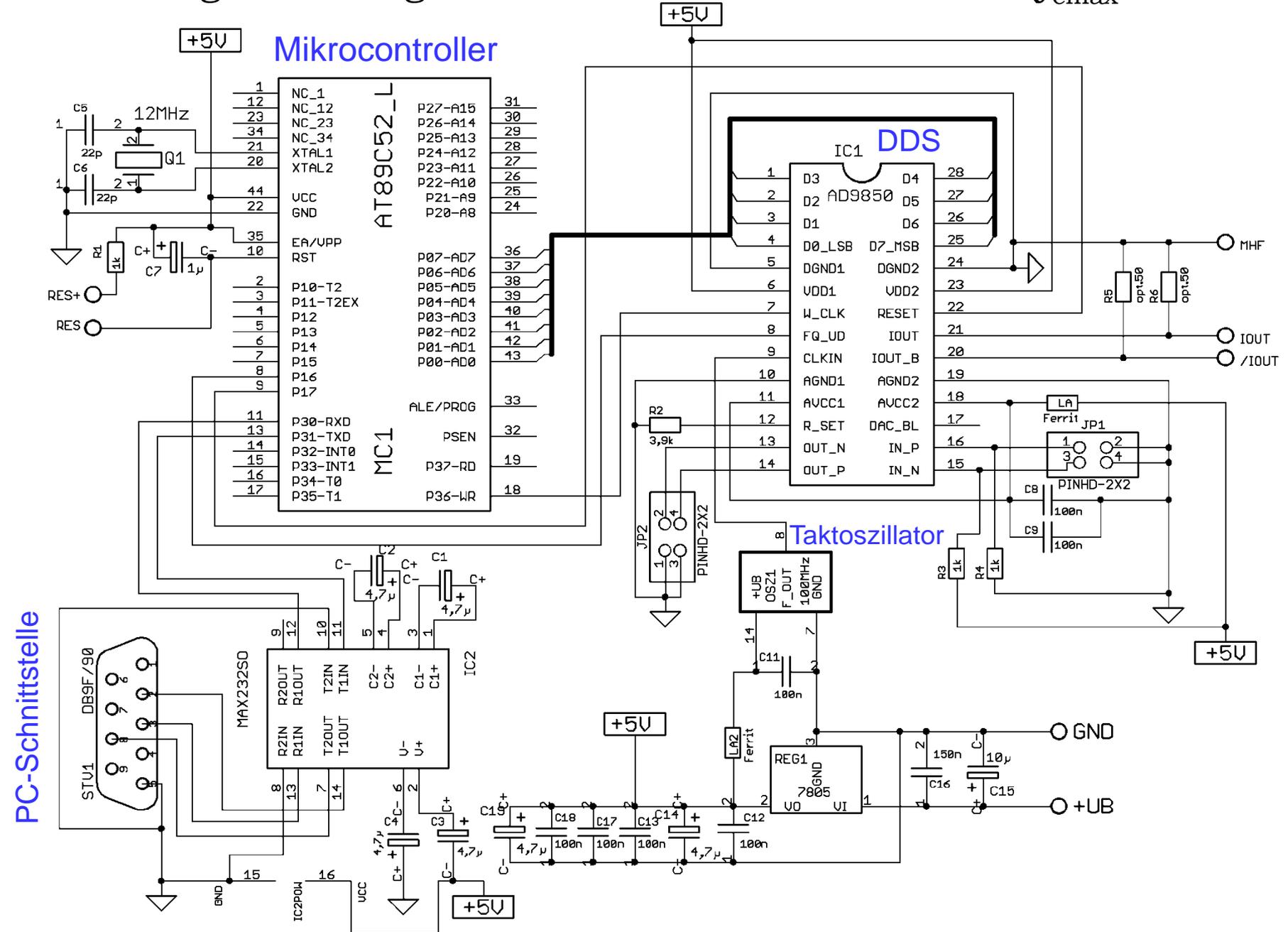


$$f_s = \frac{f_c}{2^n} \cdot \Delta$$

# Blockschaltbild eines handelsüblichen einfachen DDS-Bausteins (AD7008)

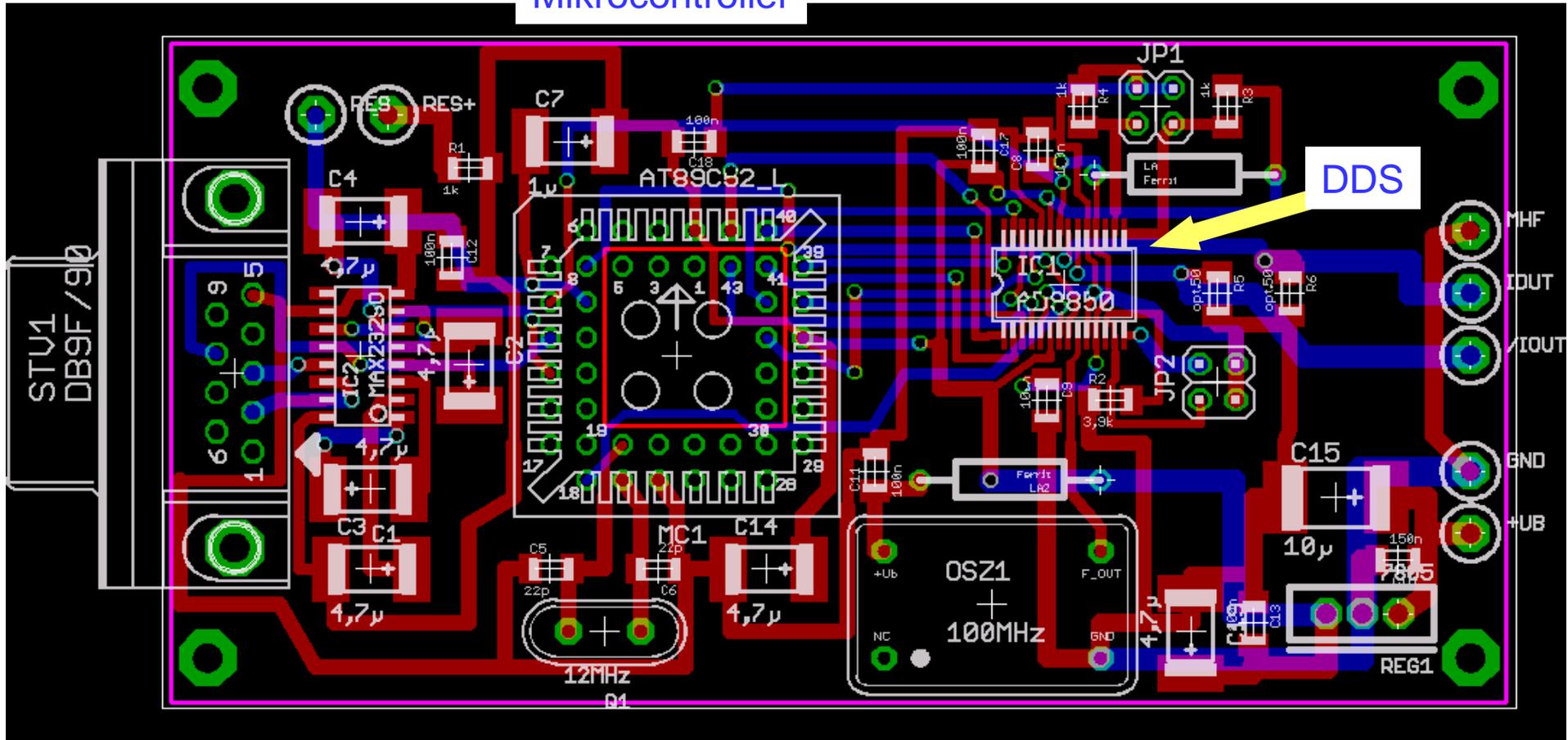


# Anwendungsschaltung für den DDS-Baustein AD9850 ( $f_{cmax}=125\text{MHz}$ )

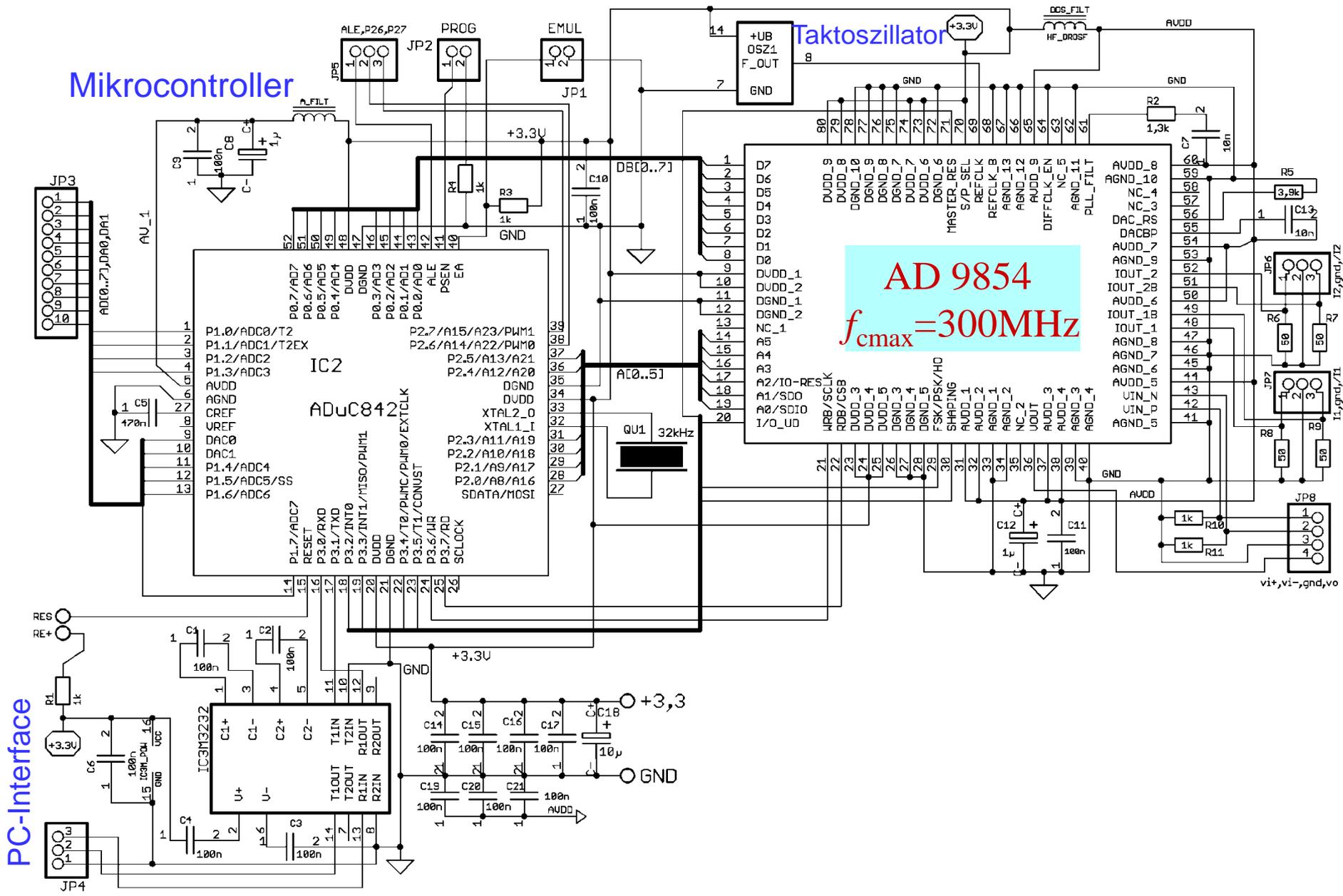


# Layout für das Anwendungsbeispiel mit einem 'AD9850'

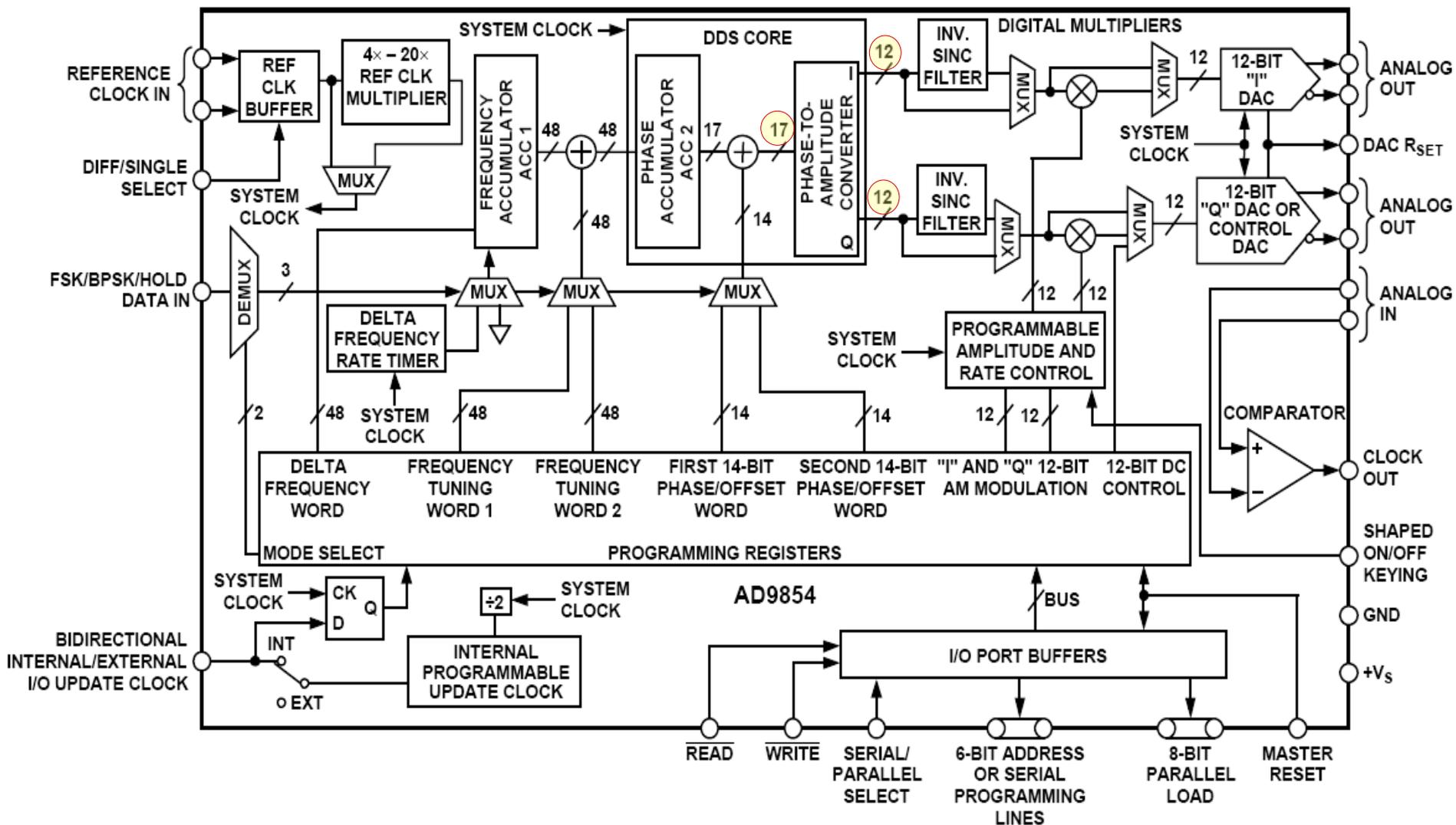
Mikrocontroller



# Anwendungsbeispiel für einen modernen, universellen DDS 'AD9854' mit umfangreichen NCO-Fähigkeiten

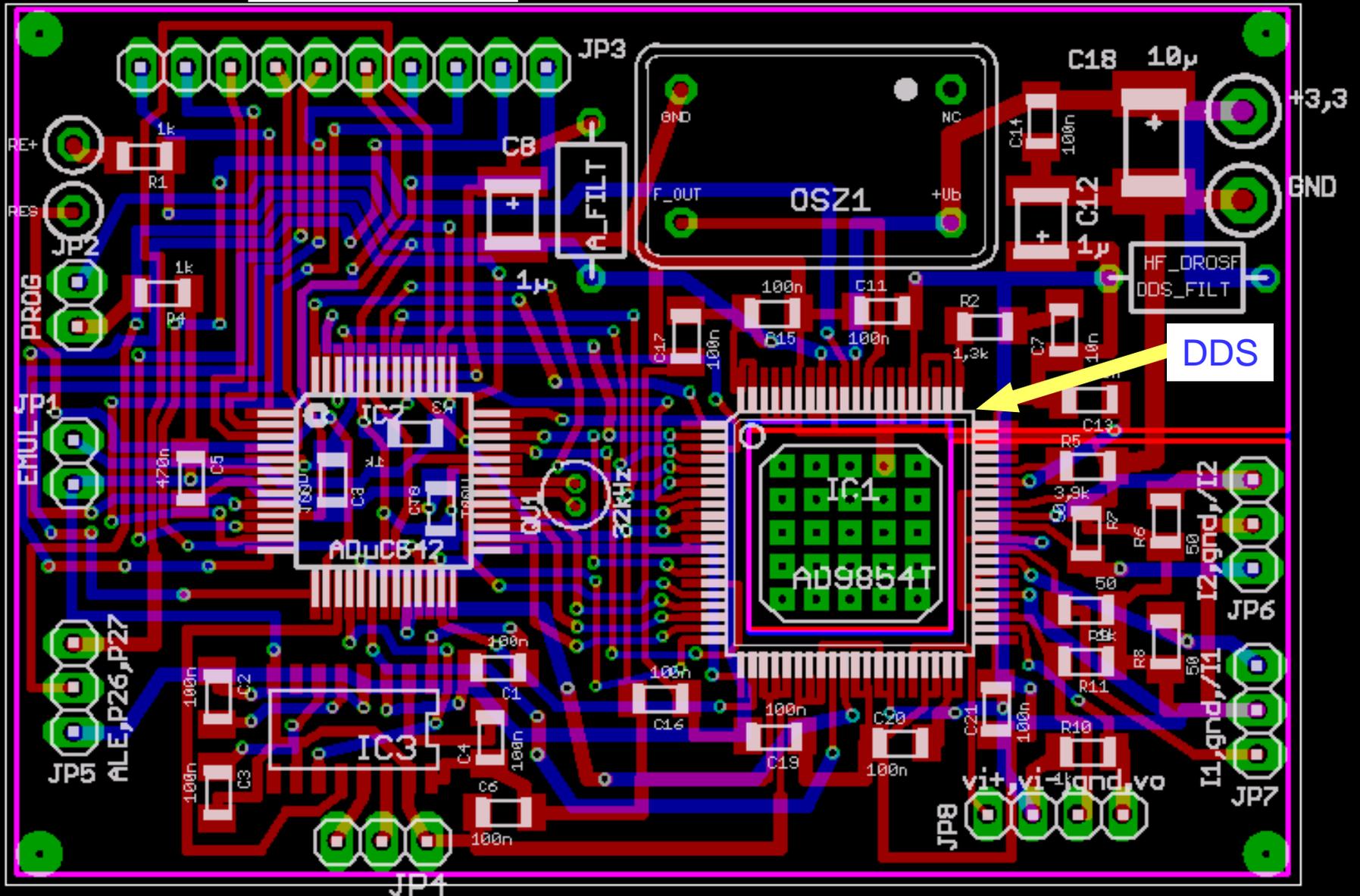


# Blockschaltbild des DDS 'AD9854'

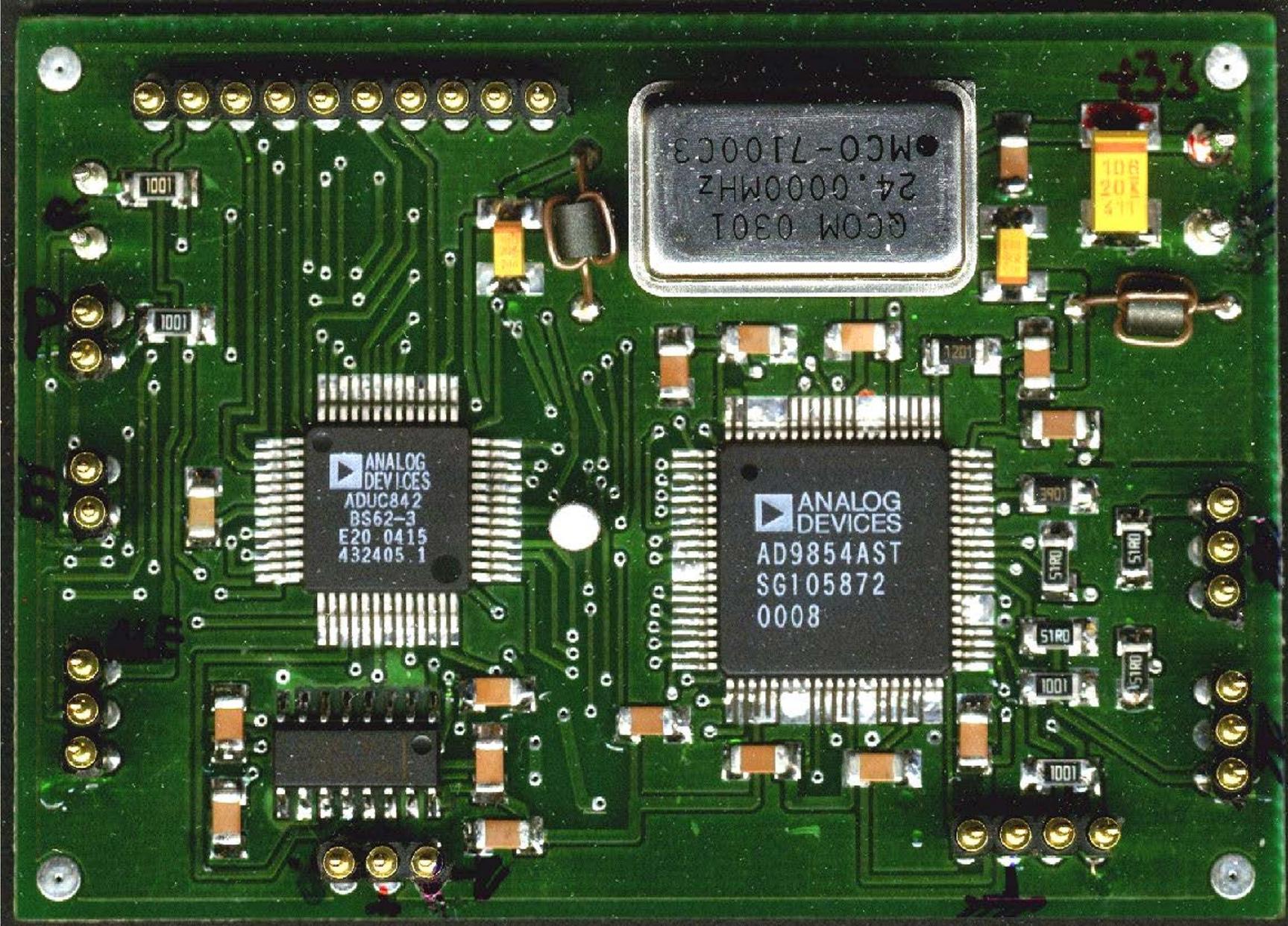


# Layout für das Anwendungsbeispiel mit einem 'AD9854'

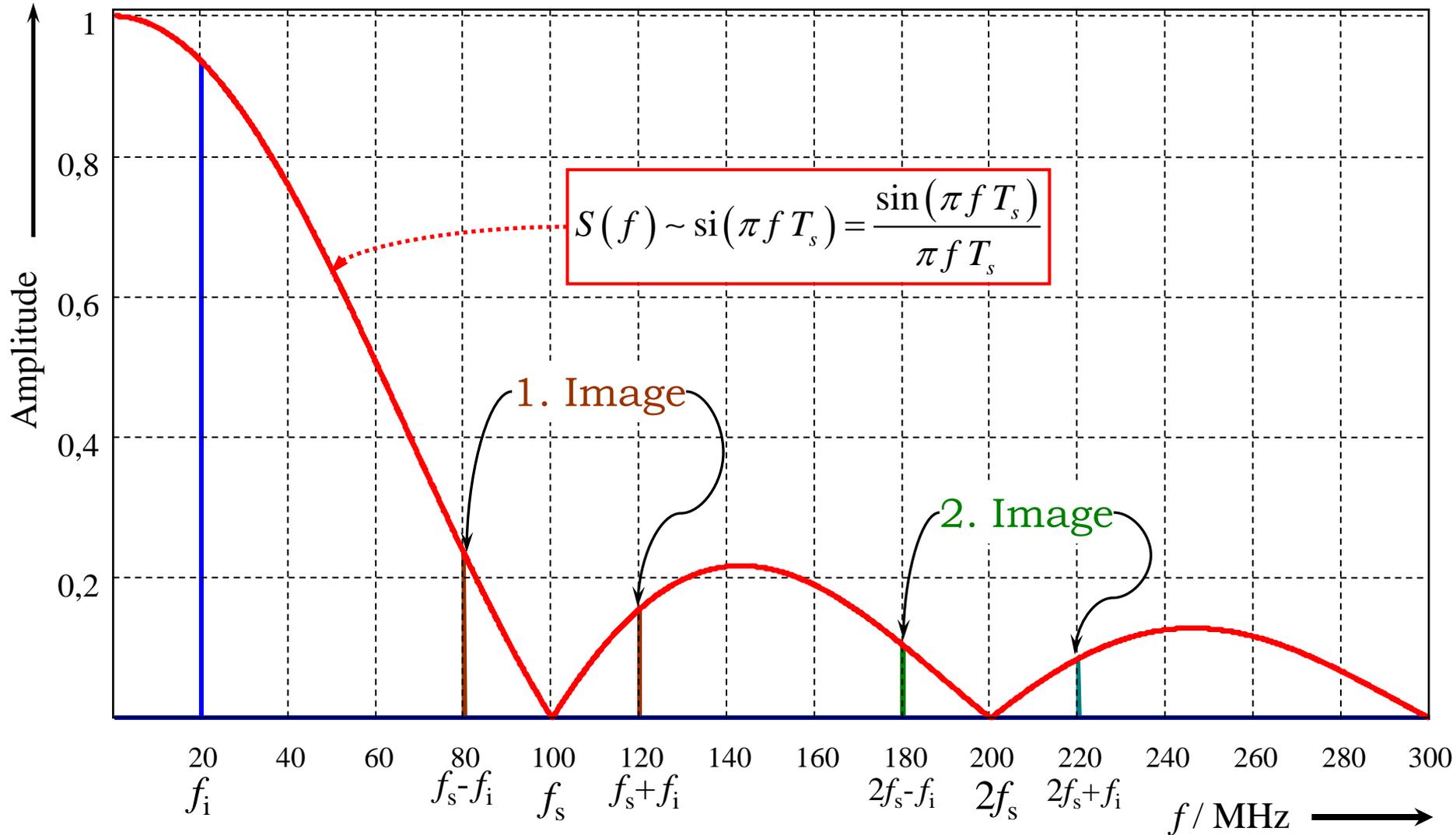
Mikrocontroller



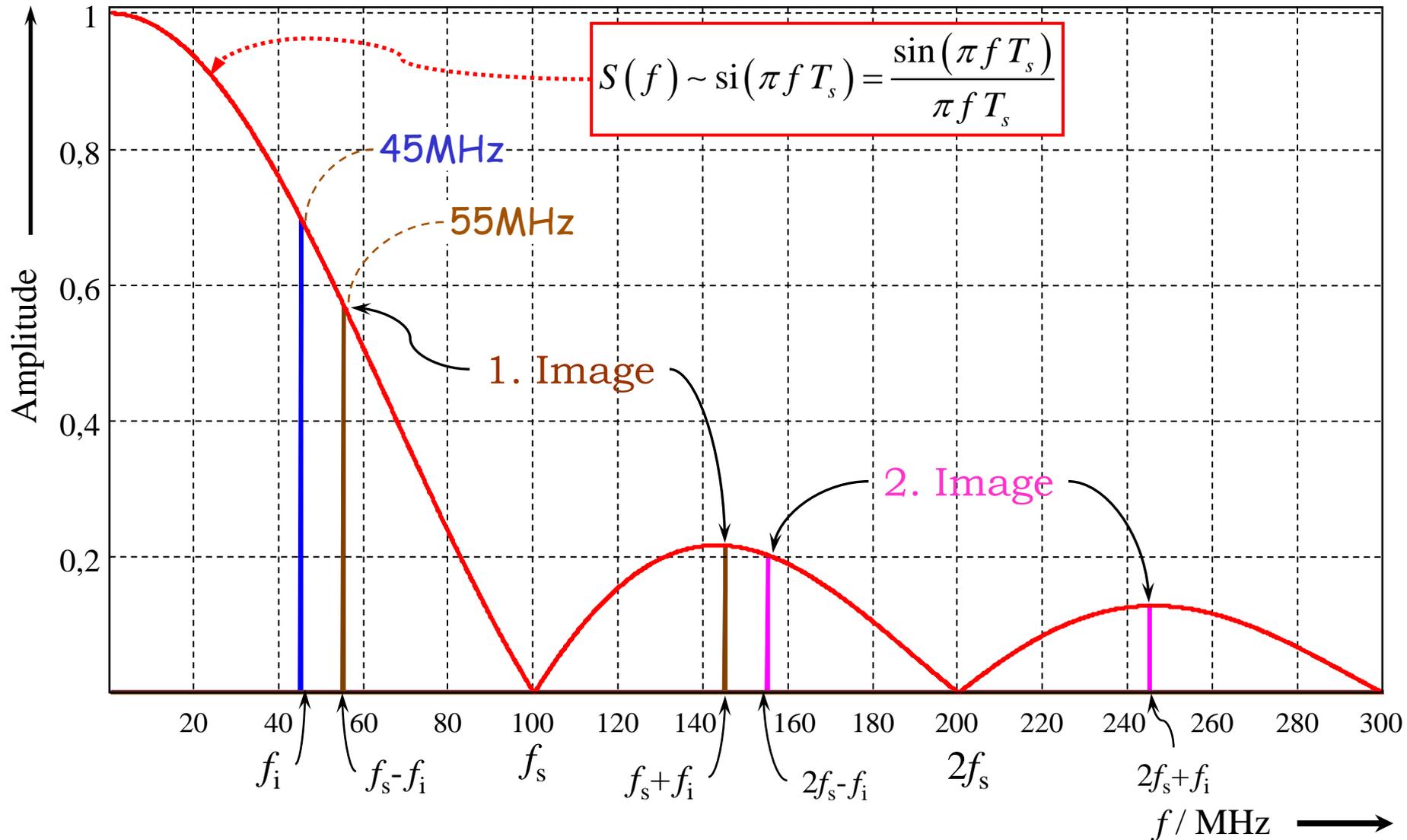
# Hardwarerealisierung mit DDS 'AD9854' und Mikrocontroller ADuC842



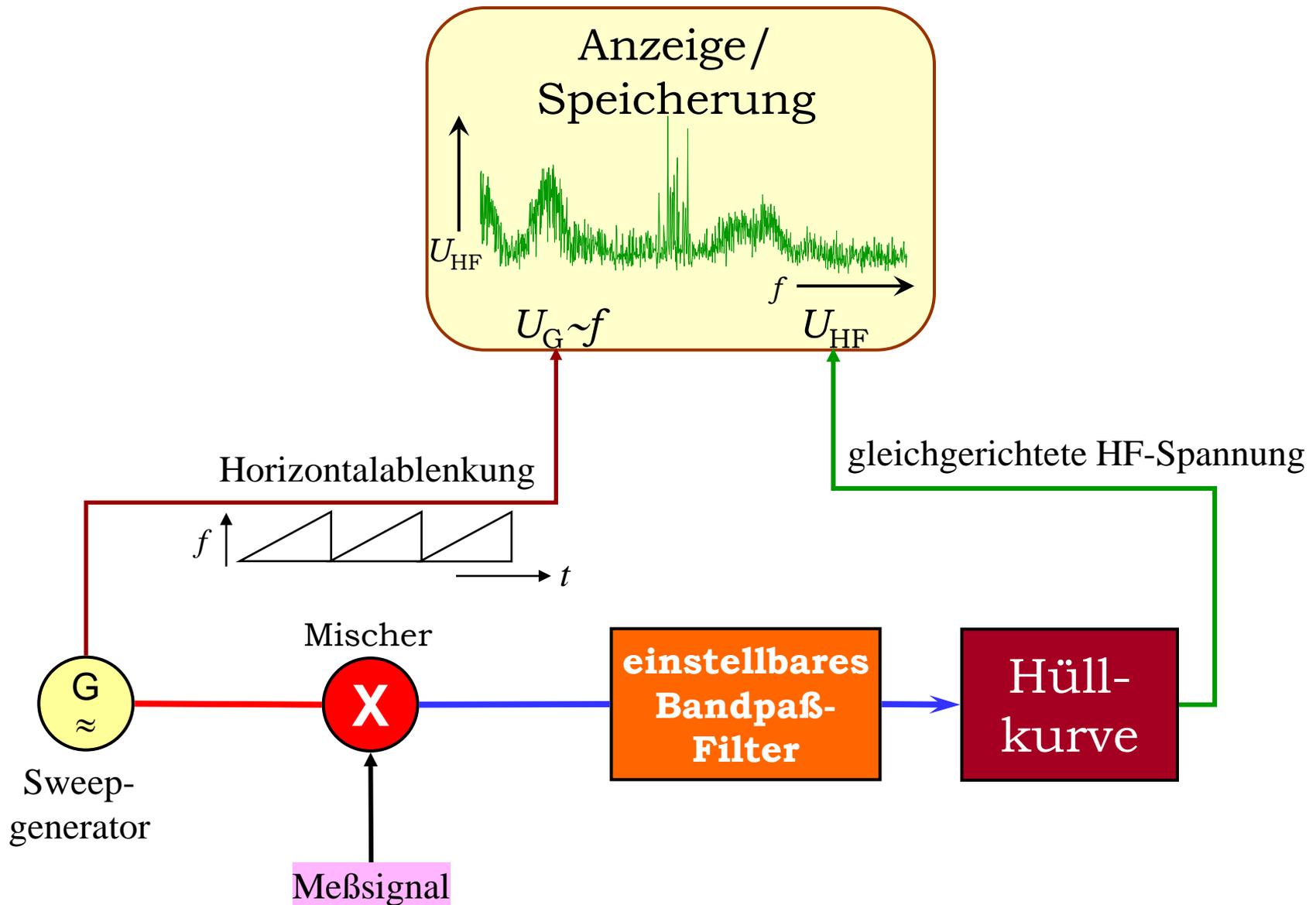
Spektralanalyse einer direkten digitalen Synthese:  
 gewünschte Frequenz  $f_i=20\text{MHz}$  und 'Images' bei Vielfachen von  $f_s=100\text{MHz}$

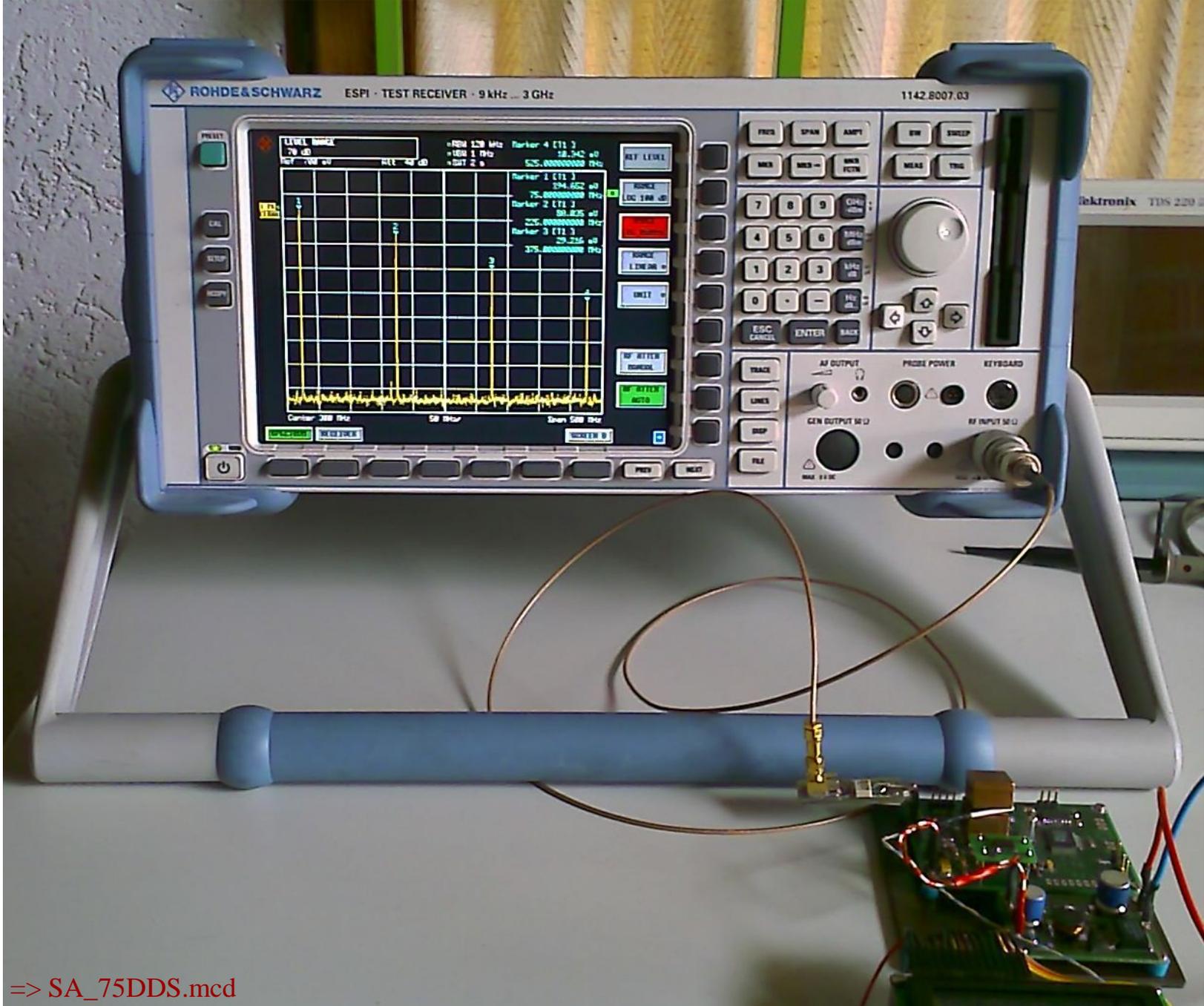


# Spektralanalyse einer direkten digitalen Synthese: gewünschte Frequenz $f_i=45\text{MHz}$ und 'Images' bei Vielfachen von $f_s=100\text{MHz}$



# Funktionsprinzip eines Spektrumanalysators

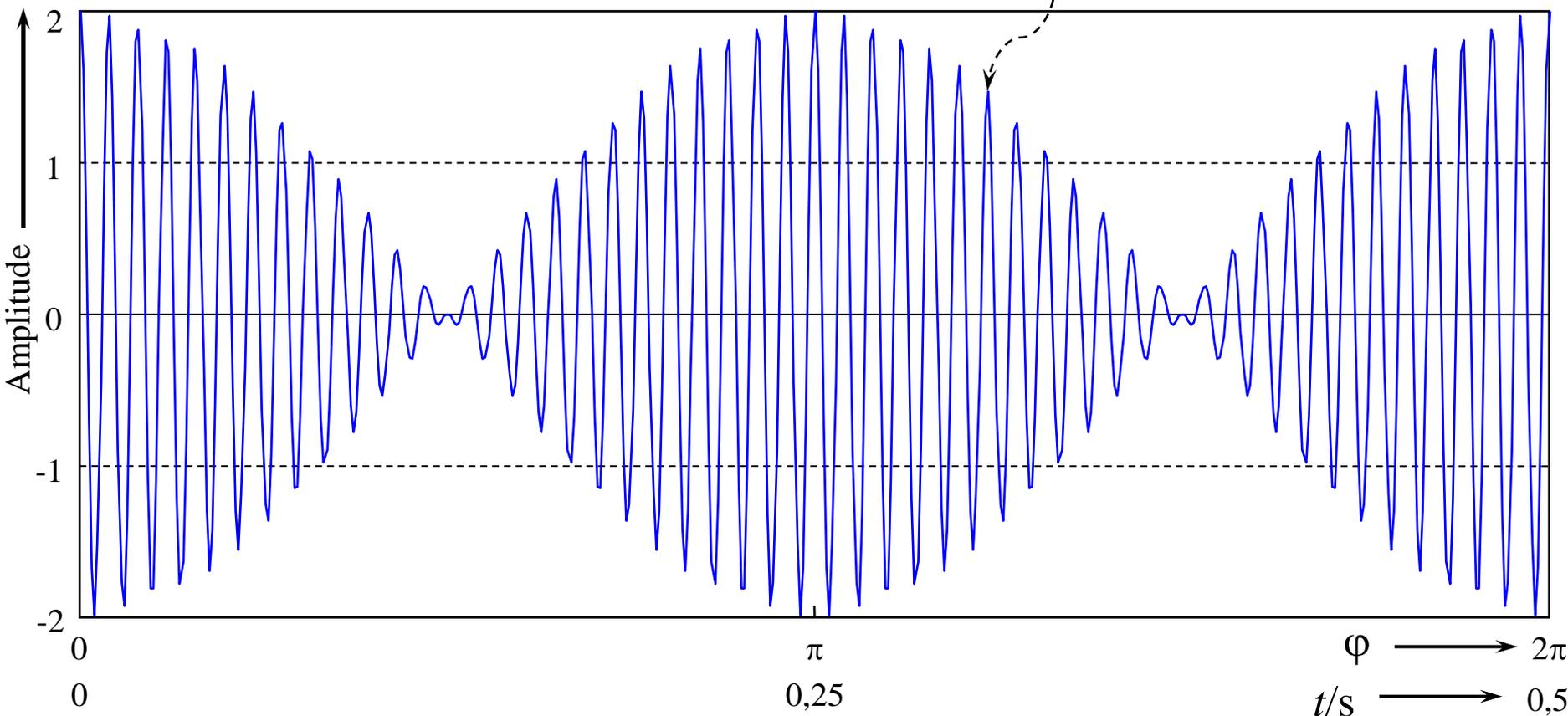




=> SA\_75DDS.mcd

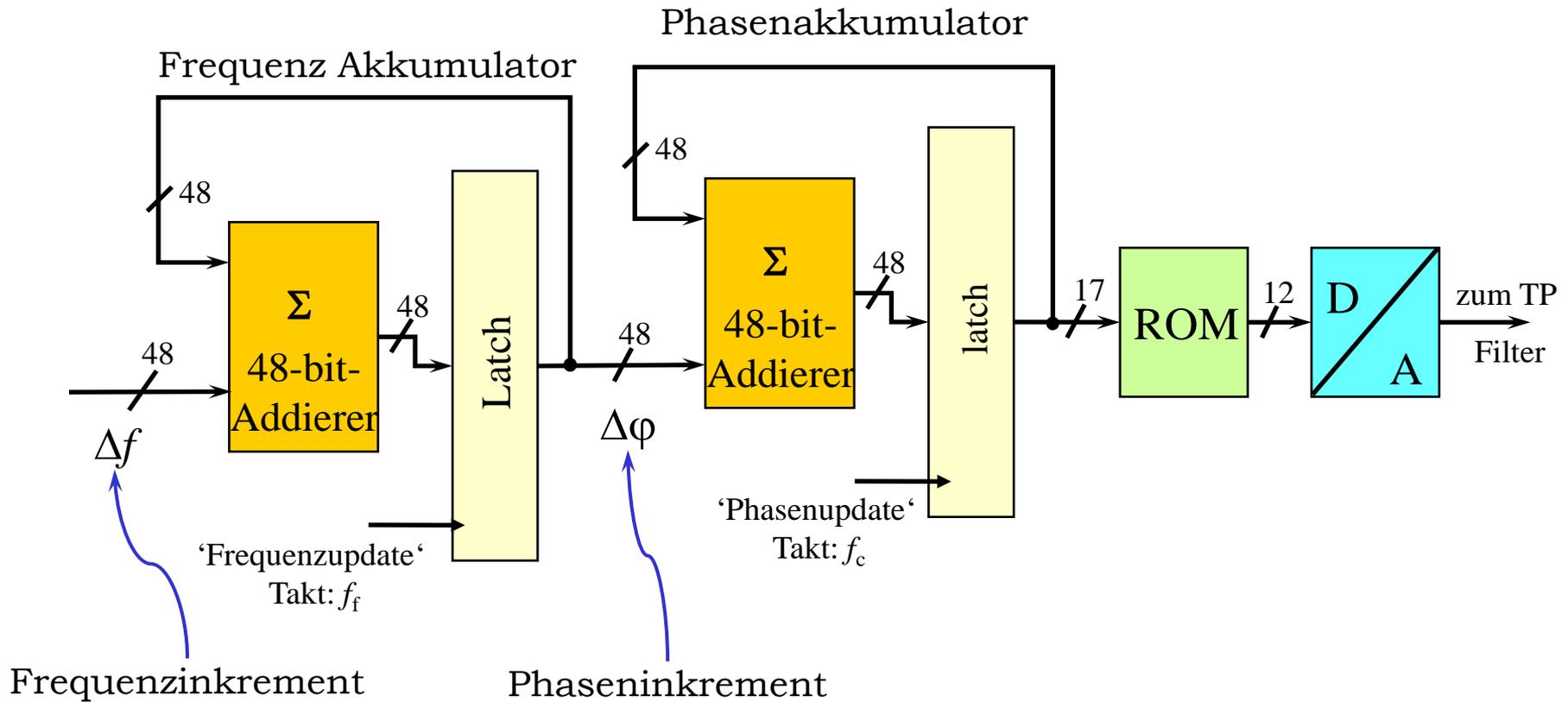
# Amplitudenmodulation bei Summation eng benachbarter Spektrallinien

$$g(t) = \cos\left(2\pi \underbrace{f_1}_{98\text{Hz}} t\right) + \cos\left(2\pi \underbrace{f_2}_{102\text{Hz}} t\right) = 2 \cdot \cos\left[2\pi \underbrace{\frac{f_1 + f_2}{2}}_{100\text{Hz}} t\right] \cdot \cos\left[2\pi \underbrace{\frac{f_1 - f_2}{2}}_{2\text{Hz}} t\right]$$

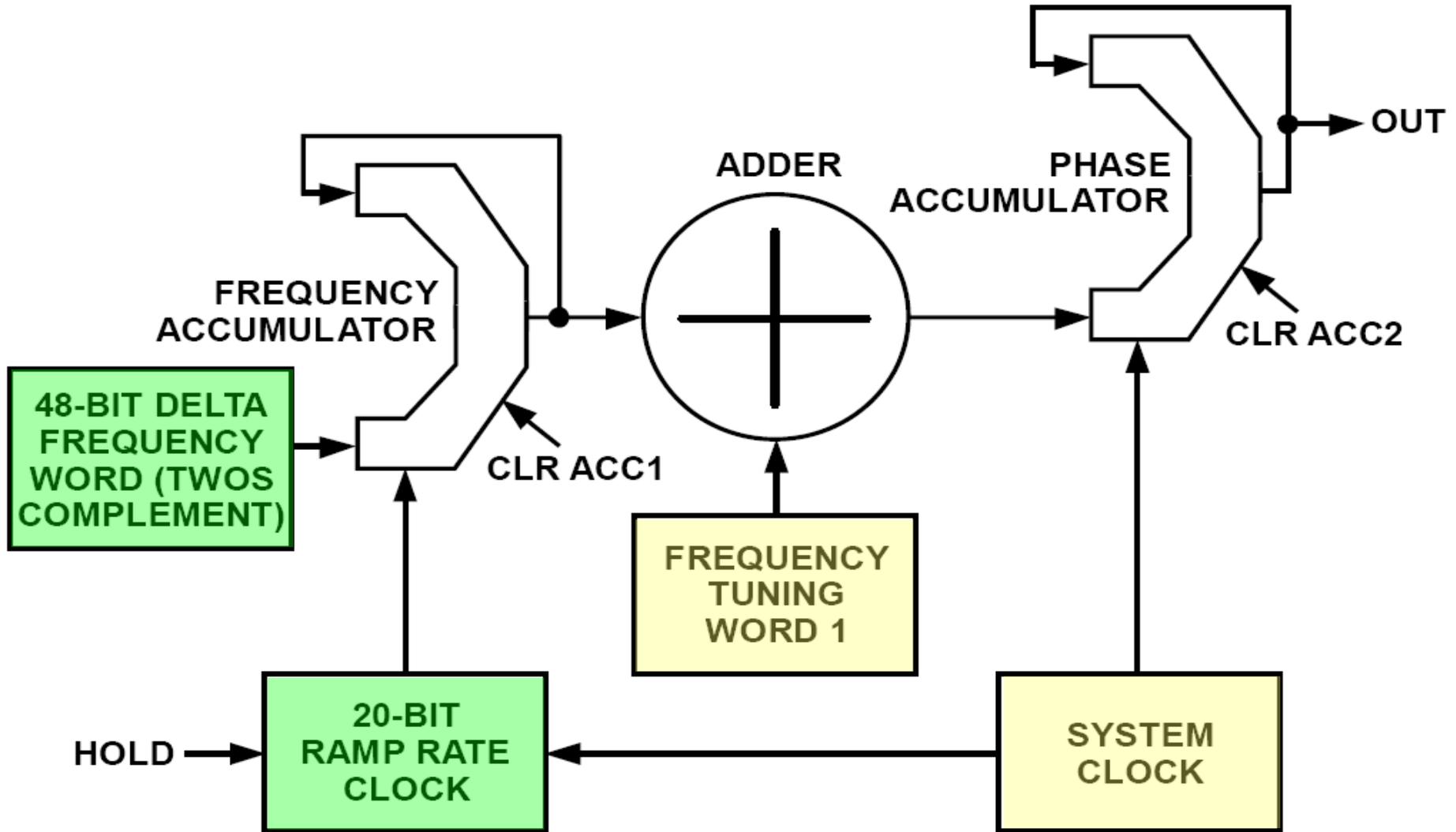


allgemeines AM-Signal:  $m(t) = \cos[2\pi f_c t] \cdot \cos[2\pi f_m t] = \frac{1}{2} [\cos(2\pi (f_c + f_m) t) + \cos(2\pi (f_c - f_m) t)]$

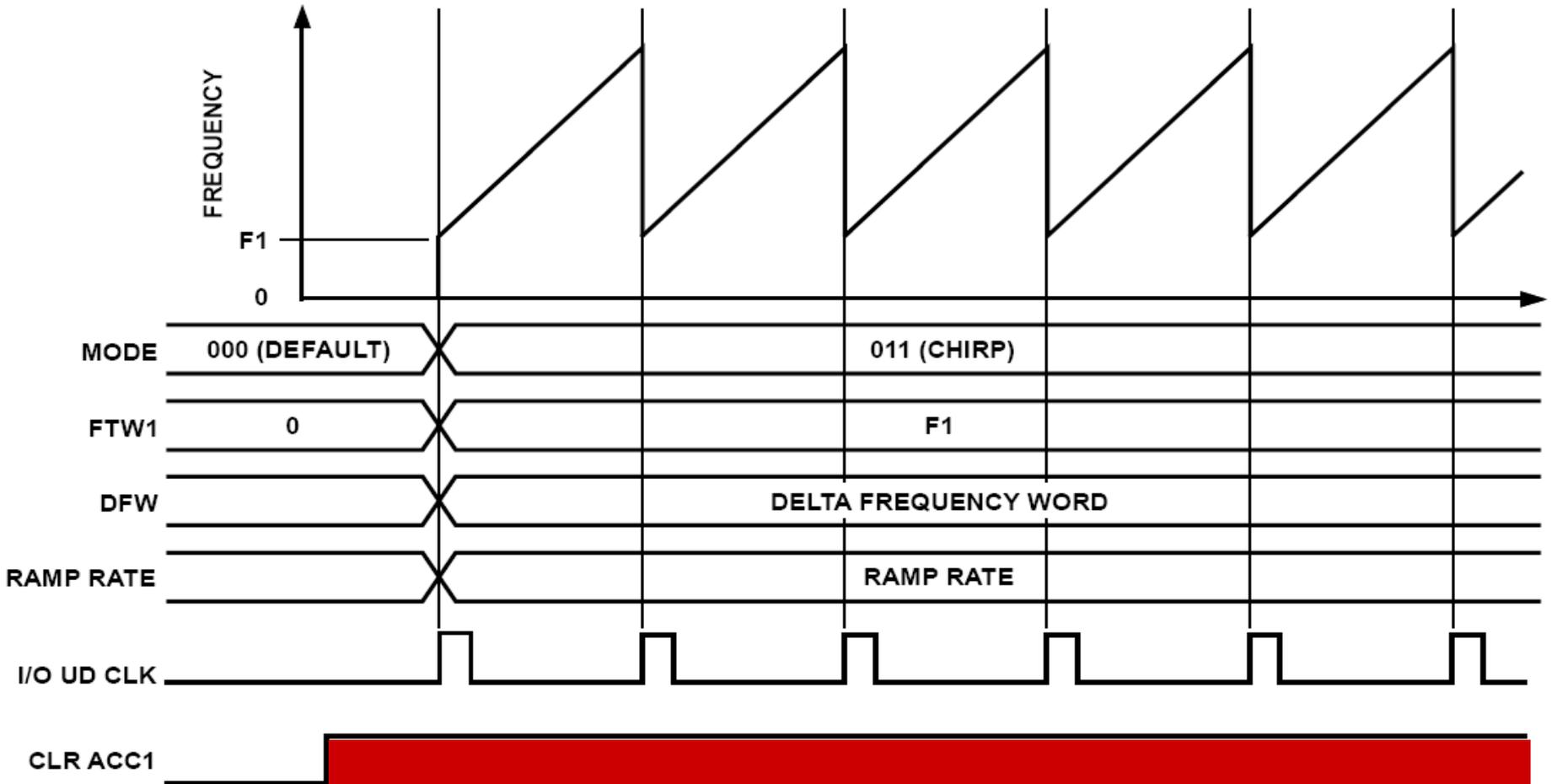
# DDS Erweiterung zur Chirpsignalerzeugung



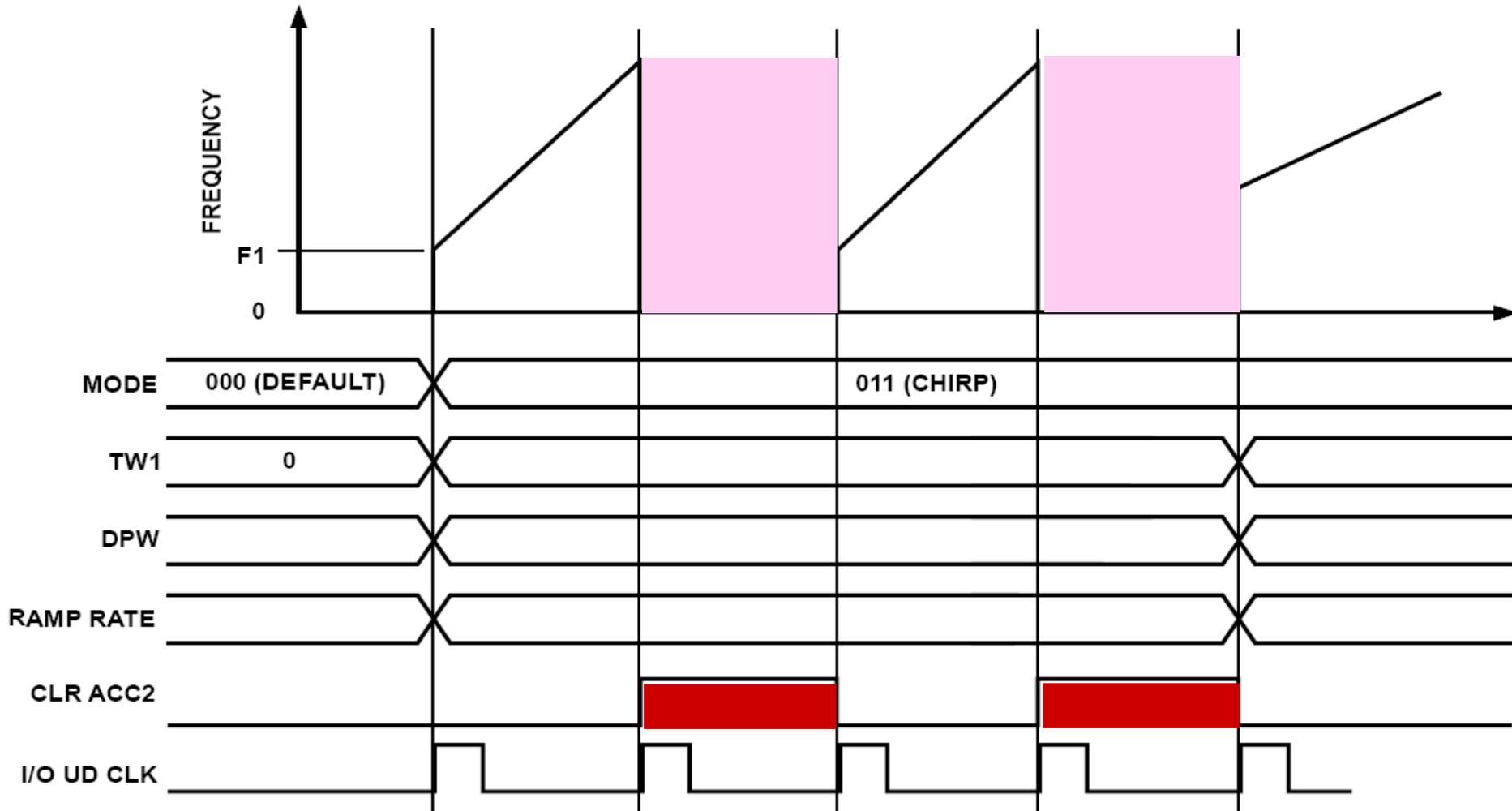
# Chirpsignalerzeugung im DDS AD 9854



# Löschen von ACC1 bei der Chirpsignalerzeugung im AD 9854



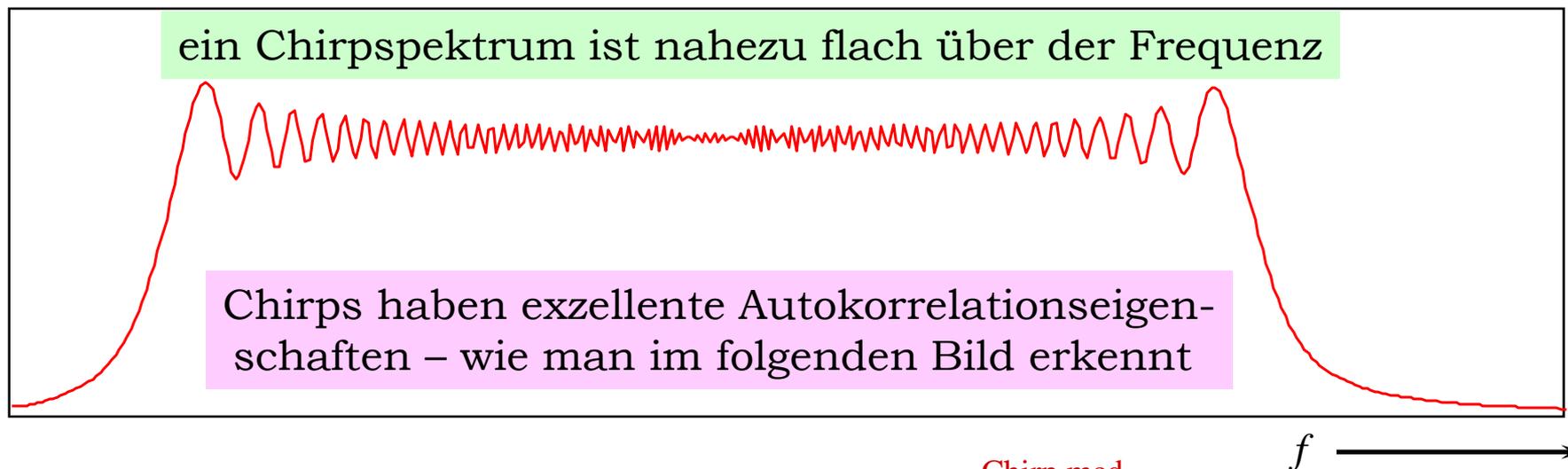
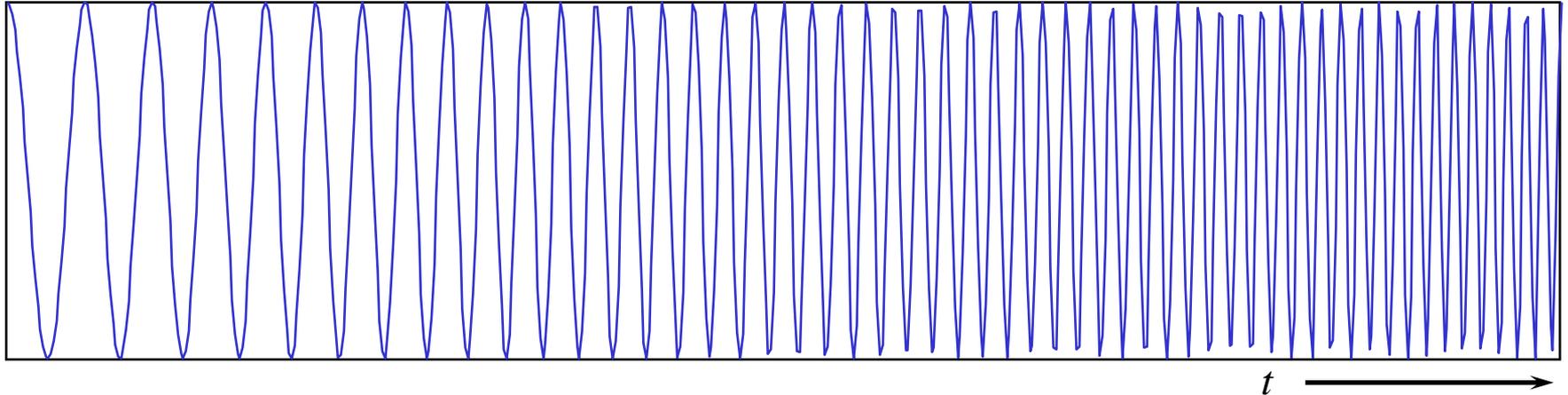
# Löschen von ACC2 bei der Chirpsignalerzeugung im AD 9854



Chirpsignale sind nützlich für zahlreiche Breitbandanwendungen  
Startfrequenz:  $f_0$ , Chirpparameter  $\mu$

$$s_{CH}(t) = A \cdot \text{rect}(t/T) \cdot \cos\left[2\pi\left(f_0 t + \frac{1}{2}\mu t^2\right)\right]$$

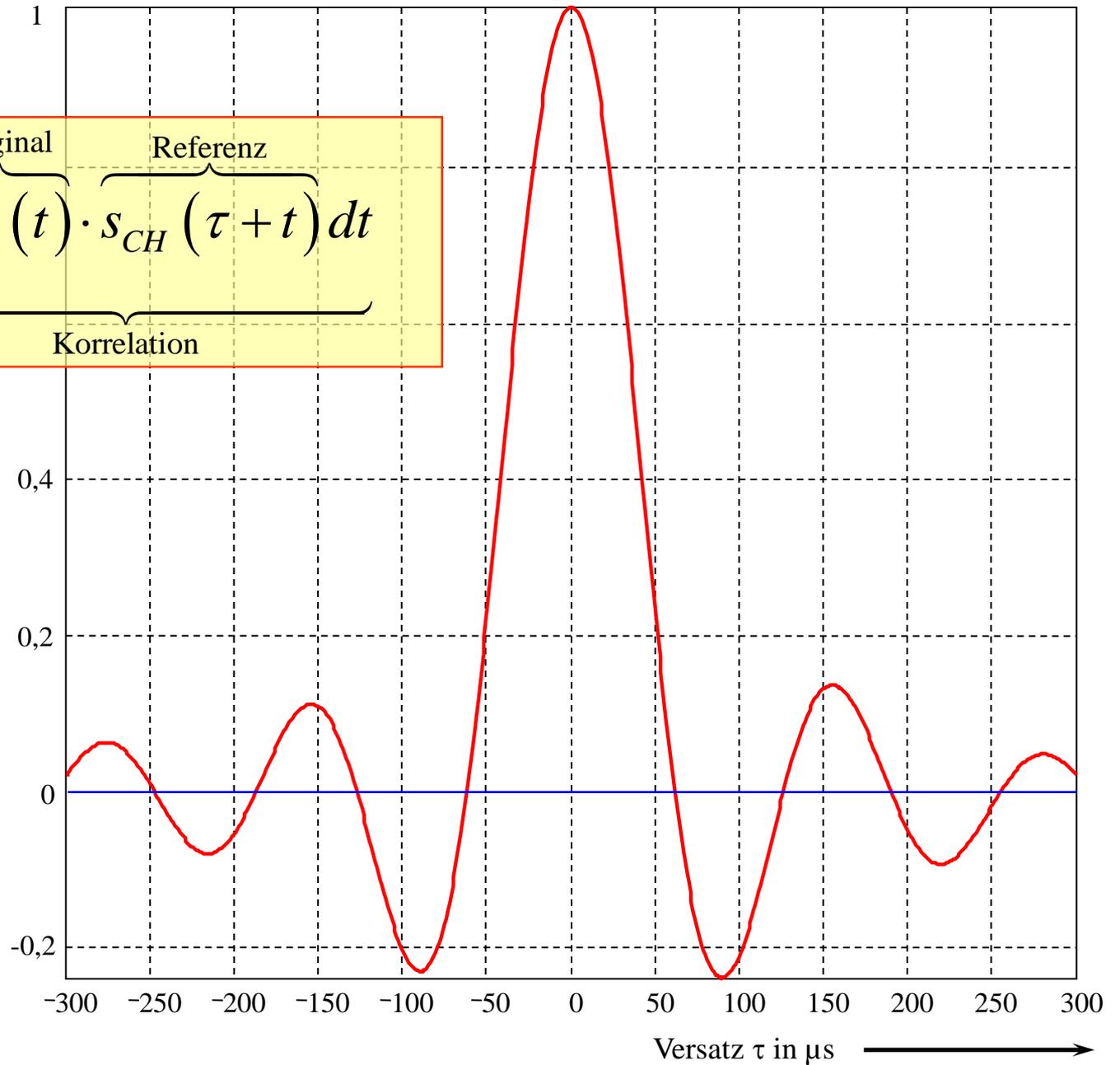
Momentanfrequenz:  $f_0 + \mu t$   
(Frequenz wächst linear mit der Zeit)



# Autokorrelationsfunktion eines Chirpsignals

$$s_a(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \overbrace{s_{CH}(t)}^{\text{Original}} \cdot \overbrace{s_{CH}(\tau+t)}^{\text{Referenz}} dt$$

Korrelation



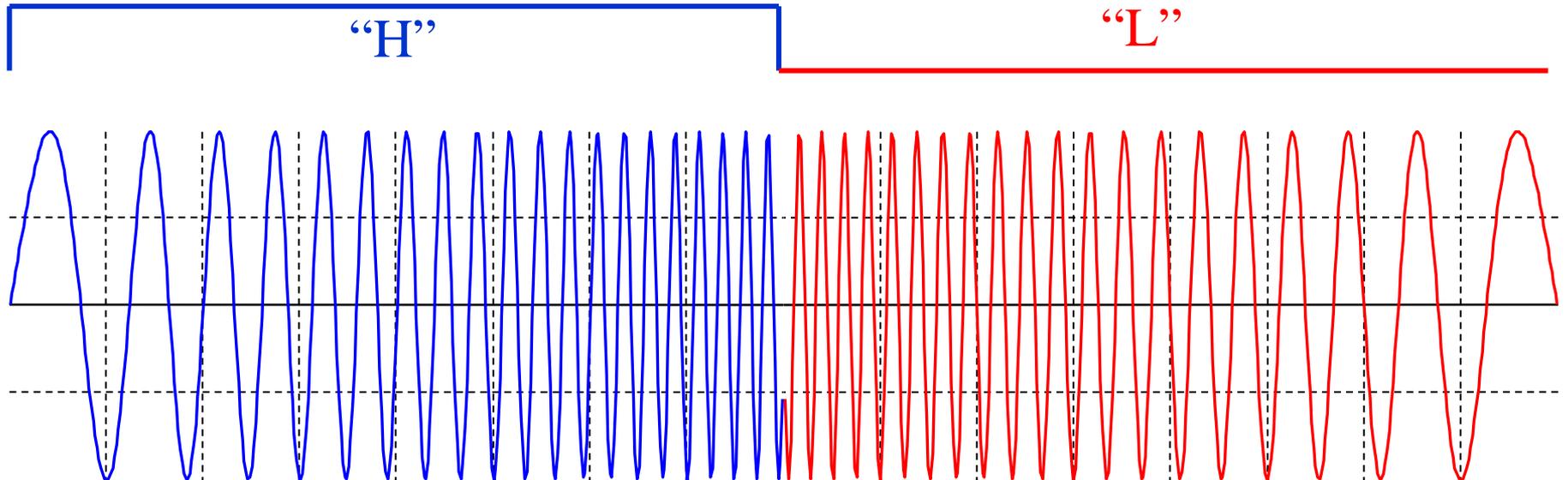
Chirp\_Ton.mcd  
Chirp\_AKF.mcd

# Chirp-Spread-Spectrum zur Informationsübertragung

Up- und Downchirp als orthogonale Signalformen für die Übertragung von binärer Information

Up: 10kHz  $\Rightarrow$  1,1MHz

Down: 1,1MHz  $\Rightarrow$  10kHz



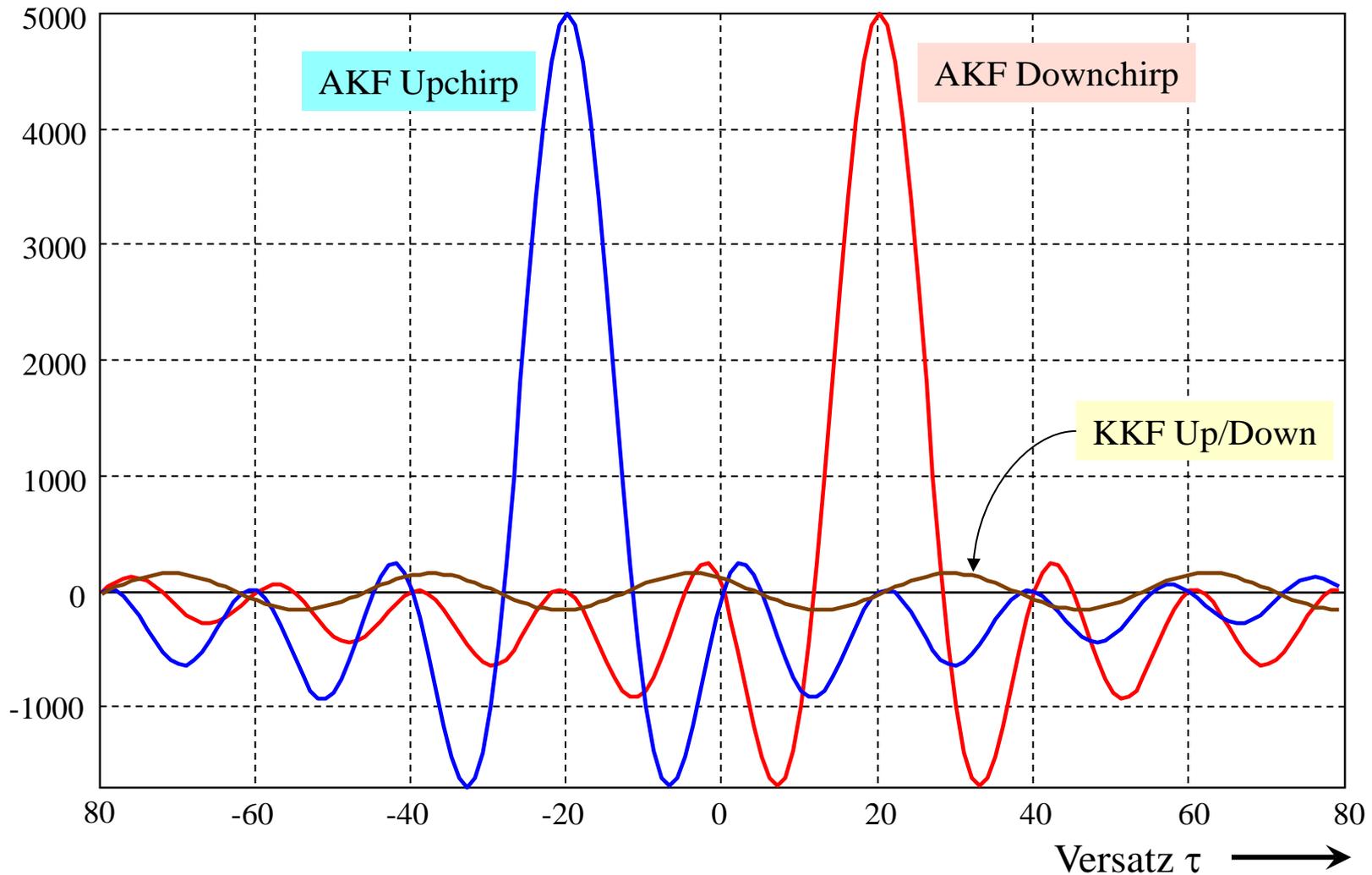
# Matched-Filter-Empfang von Chirps

Up- und Downchirp sind orthogonal

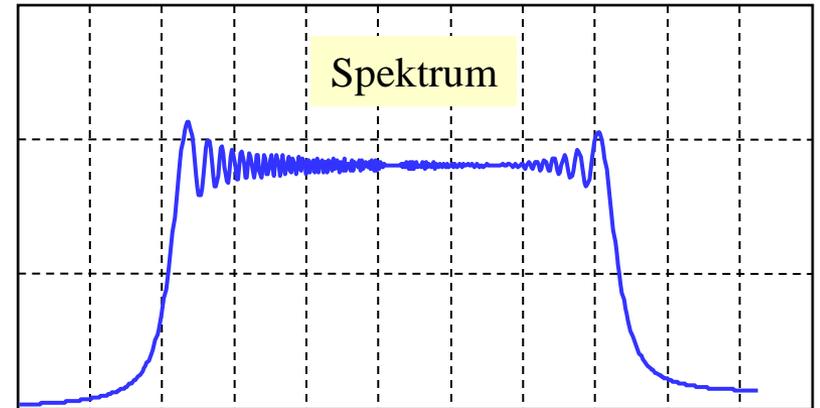
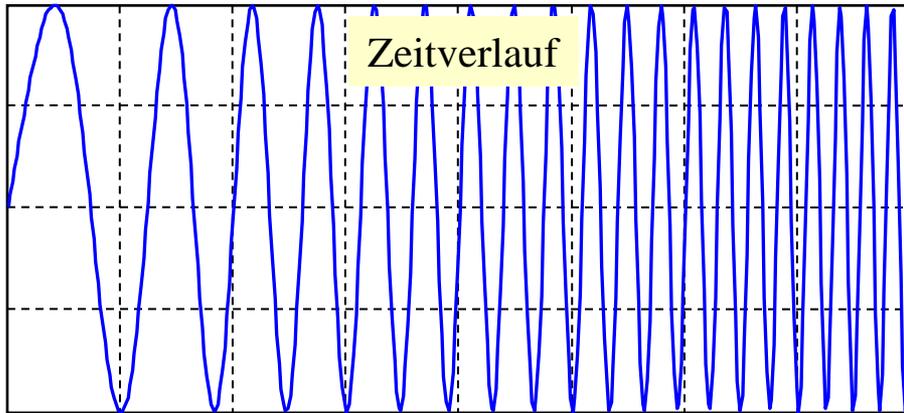
=> Optimalempfang von binärer Information

Up: 10kHz=>1,1MHz

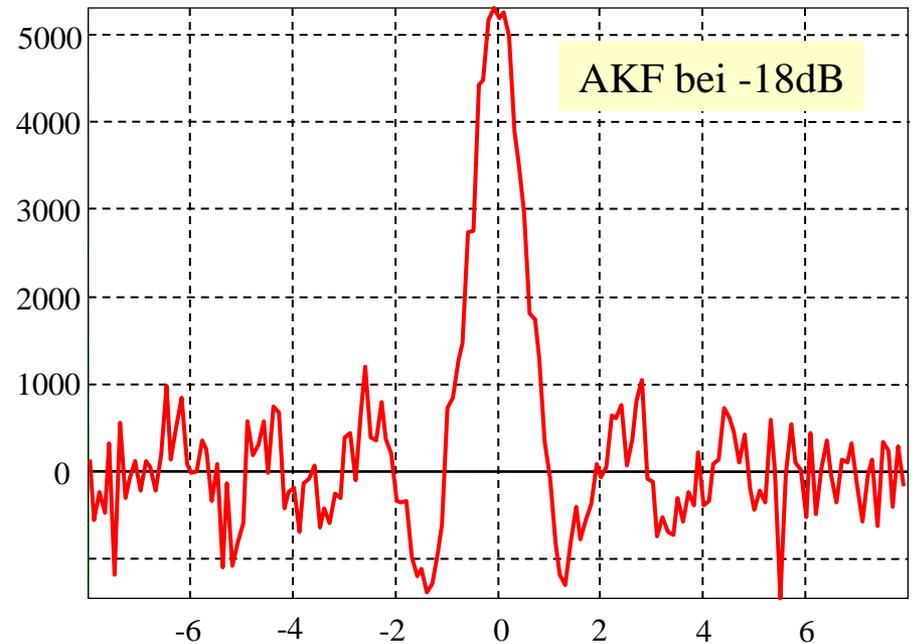
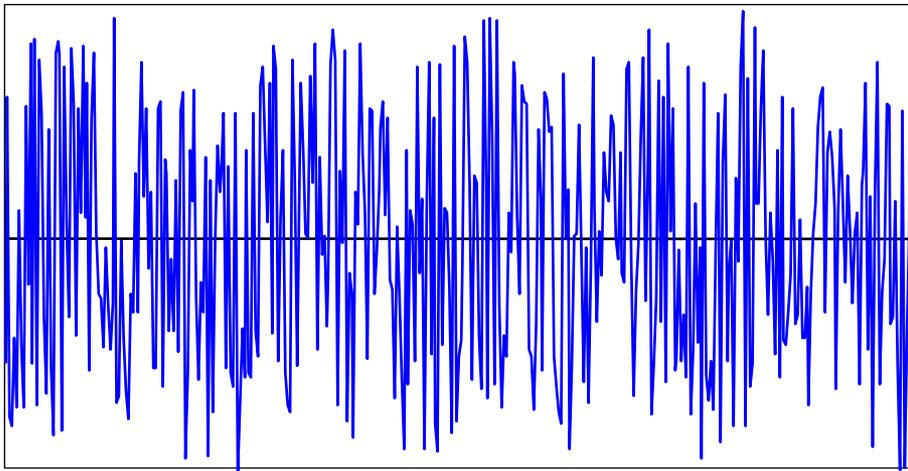
Down: 1,1MHz=>10kHz



# Robustheit von Chirpsignalen

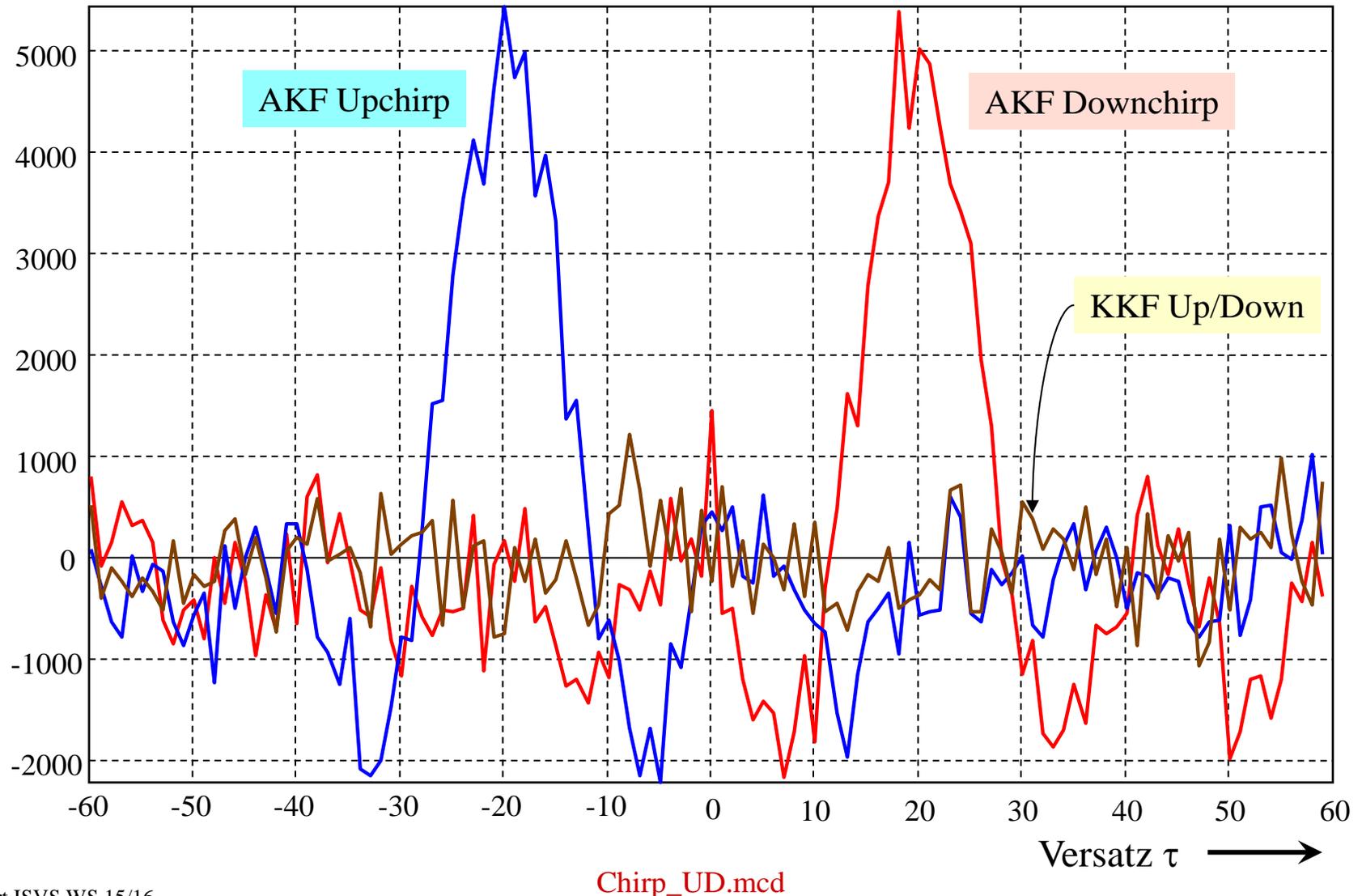


gestörtes Empfangssignal: Störabstand -18dB

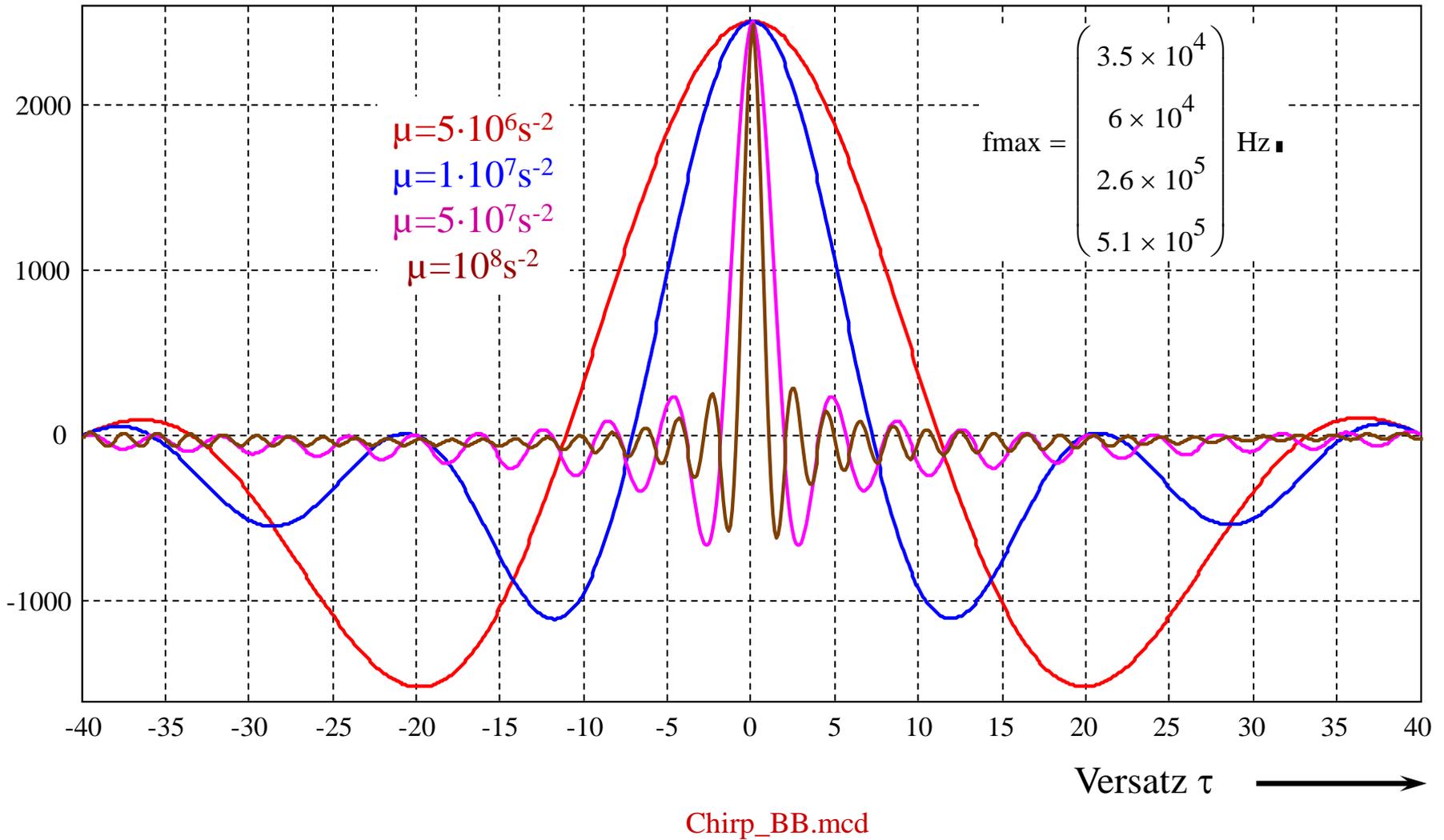


# Matched-Filter-Empfang von Chirps bei starker Störung

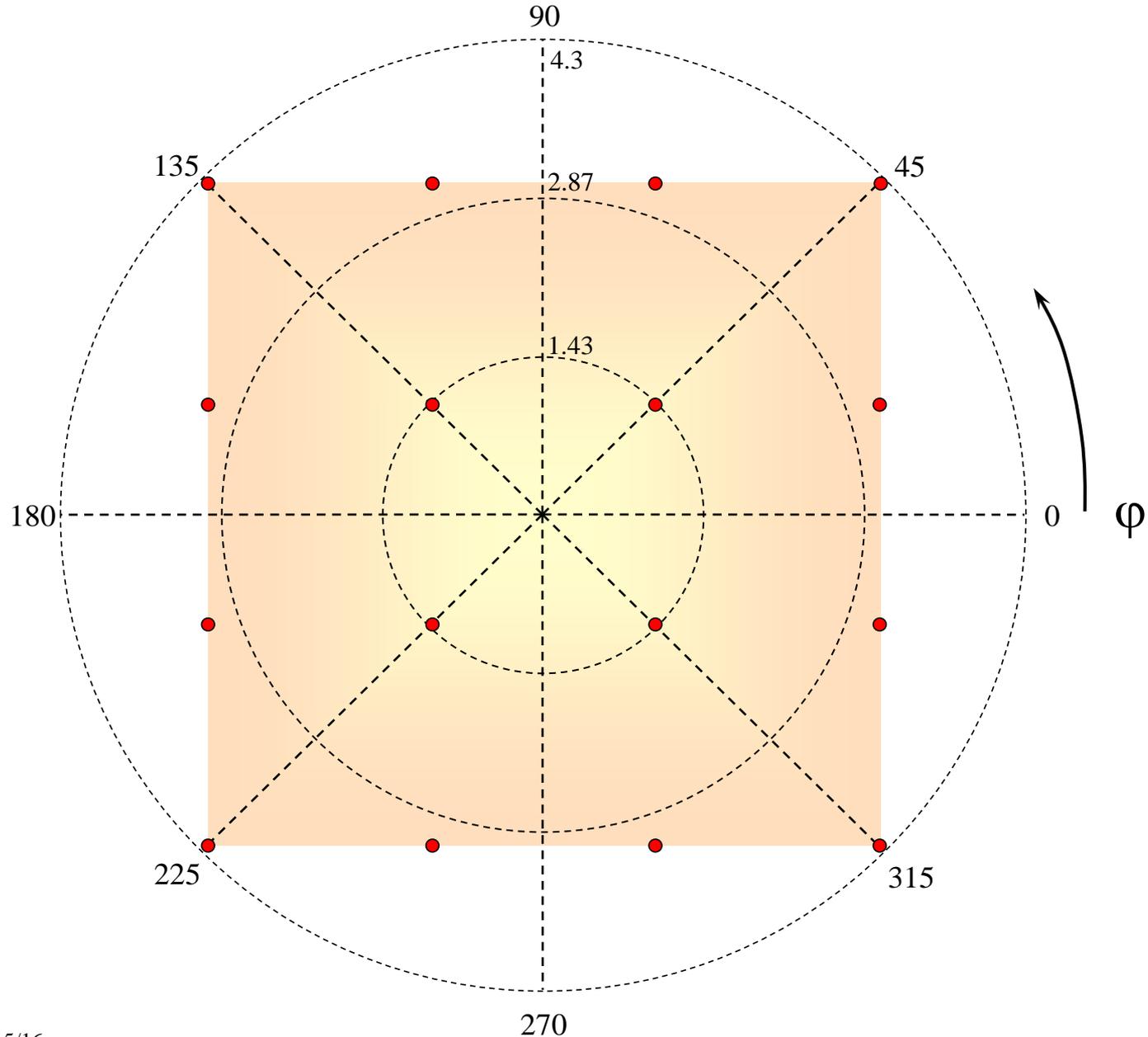
⇒ Optimalempfang von binärer Information  
⇒ Störabstand  $-18\text{dB}$



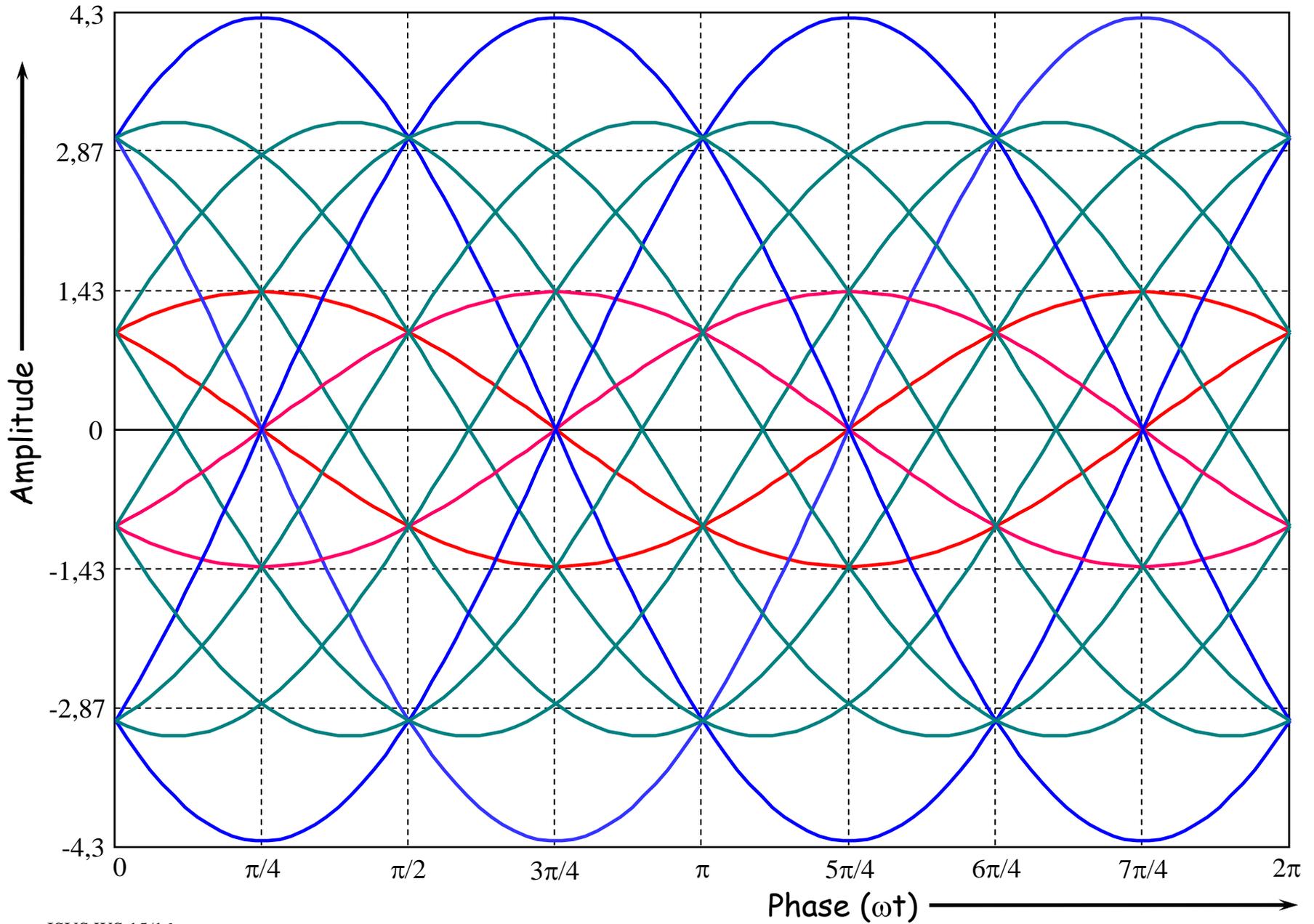
# AKF-Breite von Chirps, abhängig vom Parameter $\mu$



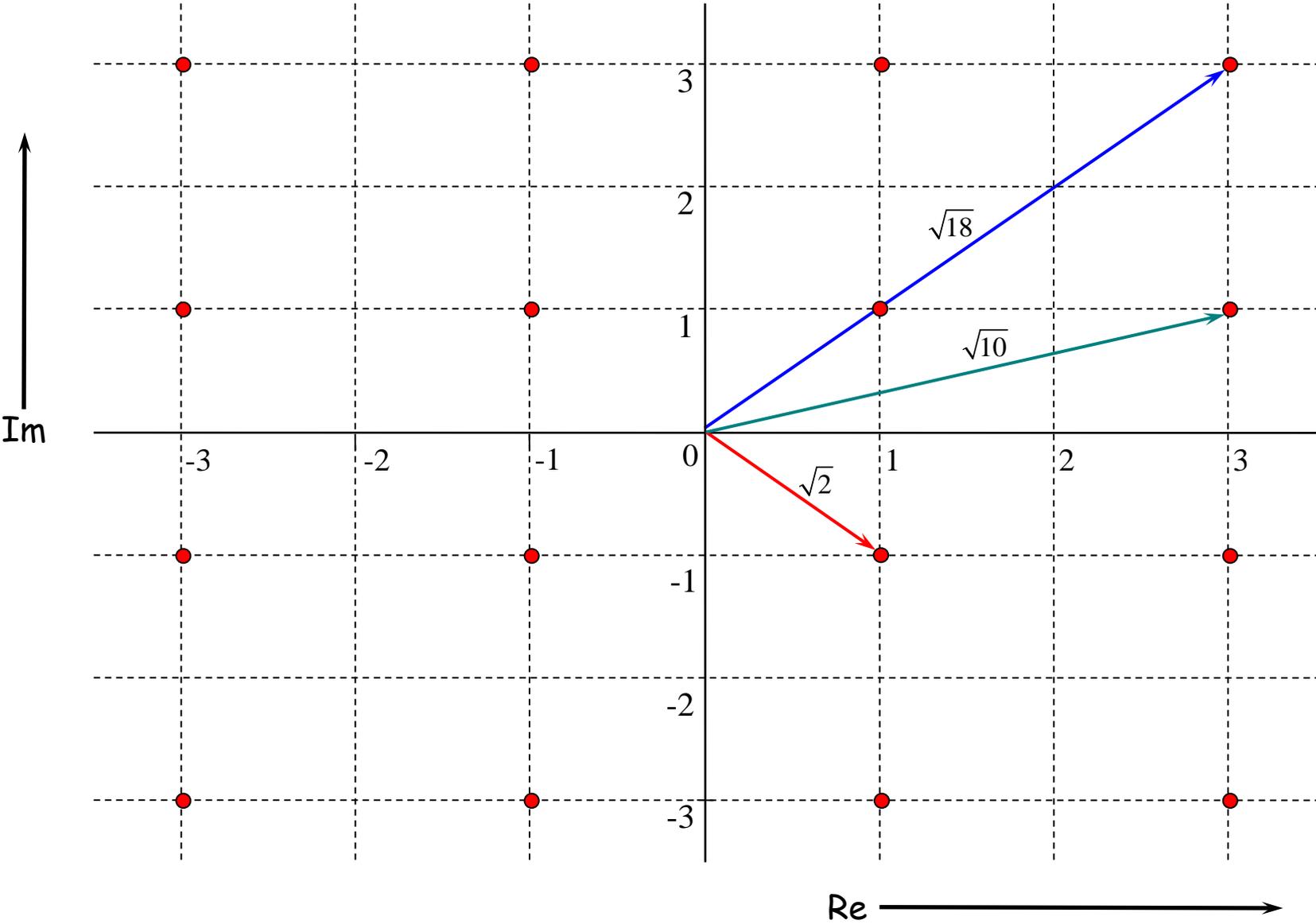
# Grundlagen polarer Modulationsverfahren: Signalraumdiagramm (Konstellationsdiagramm) für 16-QAM



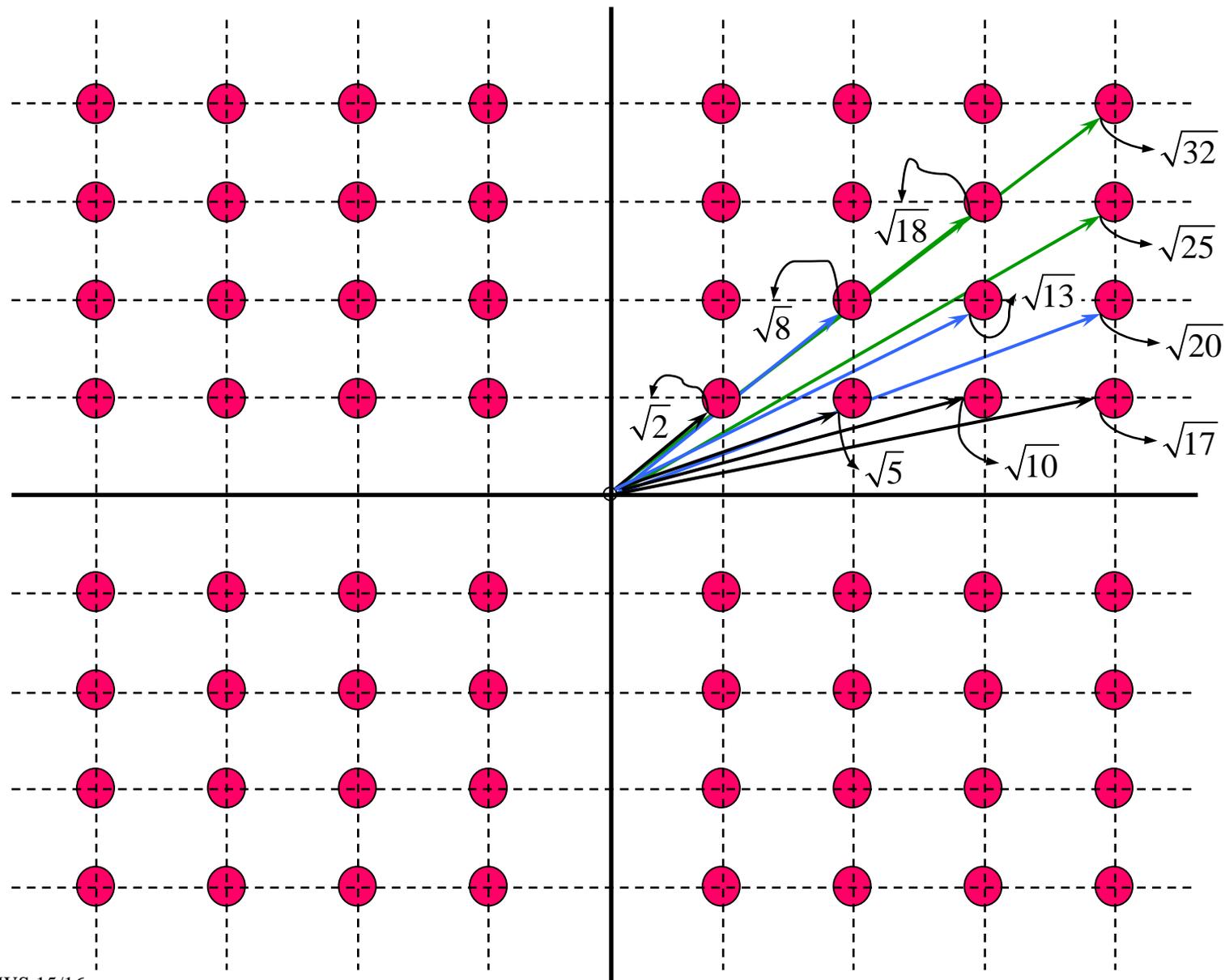
# Zeitverläufe bei 16-QAM



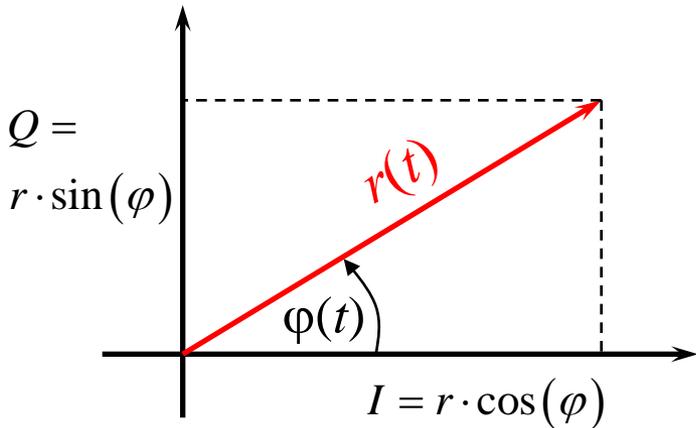
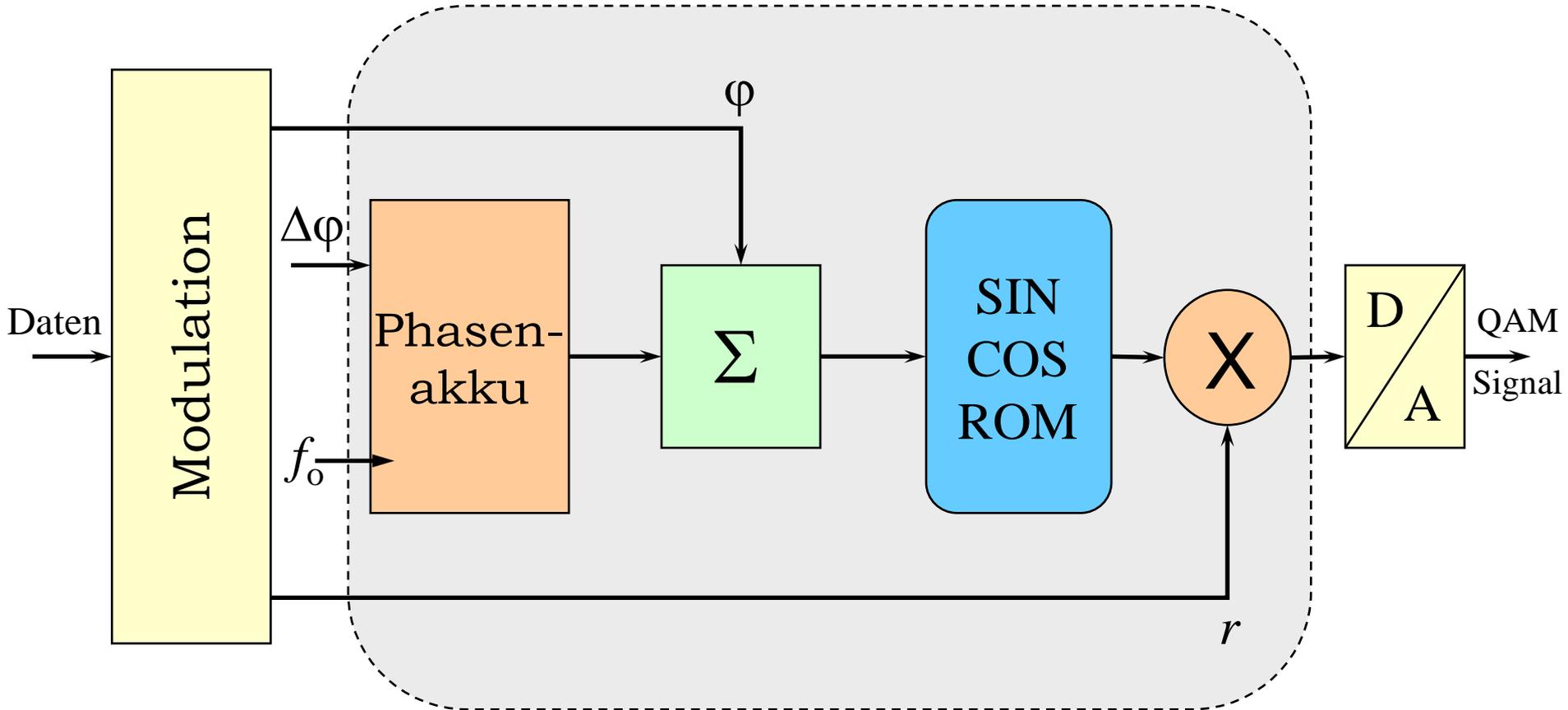
# 16-QAM weist 3 Amplitudenstufen und 12 'Phasenschritte' auf



# Konstellationsdiagramm bei 64-QAM mit 10 Amplitudenstufen



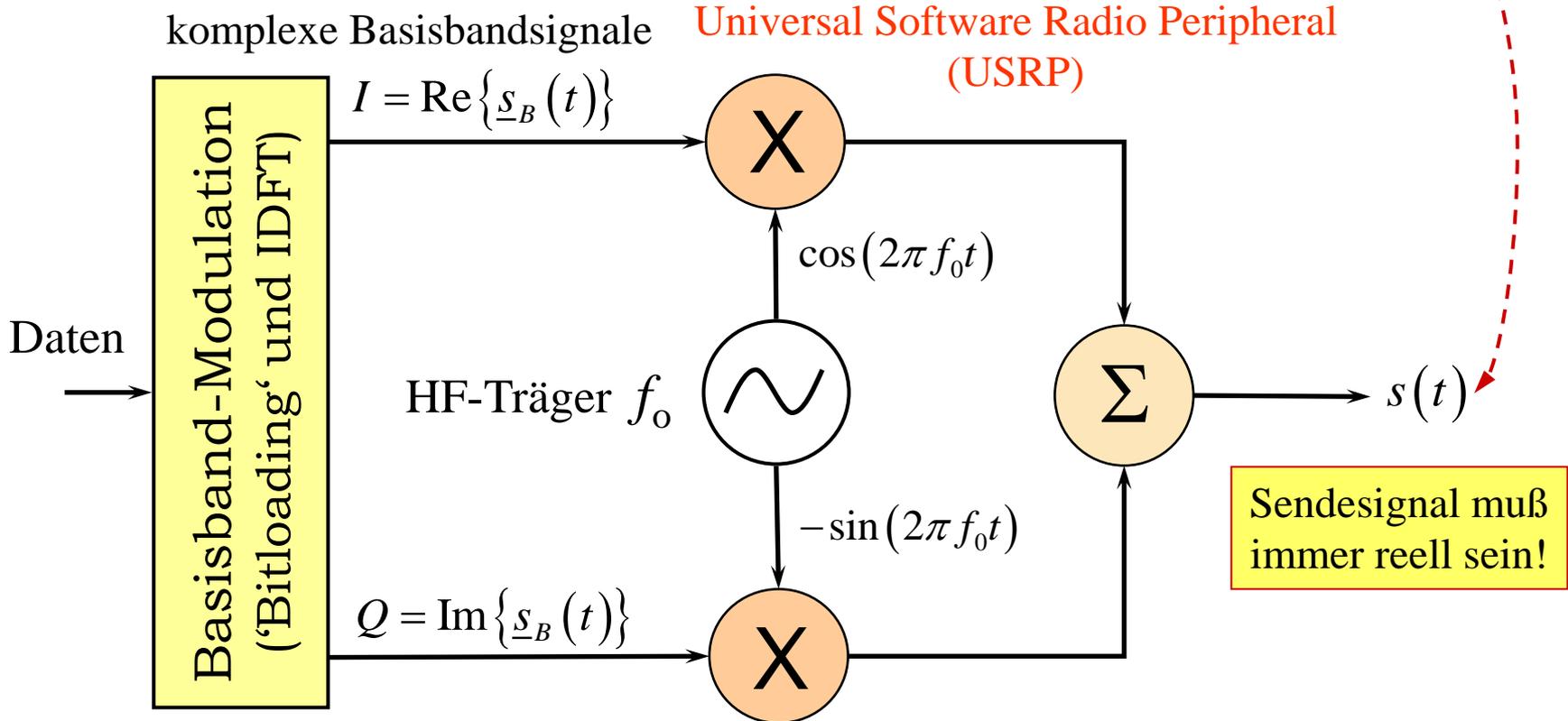
# Polare Modulation mit einem 'numerisch kontrollierten' Oszillator (DDS)



# Erzeugung hochfrequenter Sendesignale aus Basisband-Inphase- und Quadraturkomponenten (**polare Modulation**)

$$s(t) = \text{Re} \left\{ \underline{s}_B(t) \cdot e^{j2\pi f_0 t} \right\} = \text{Re} \left\{ (I + jQ) \cdot [\cos(2\pi f_0 t) + j\sin(2\pi f_0 t)] \right\} = I \cdot \cos(2\pi f_0 t) - Q \cdot \sin(2\pi f_0 t)$$

Software Defined Radio (SDR)

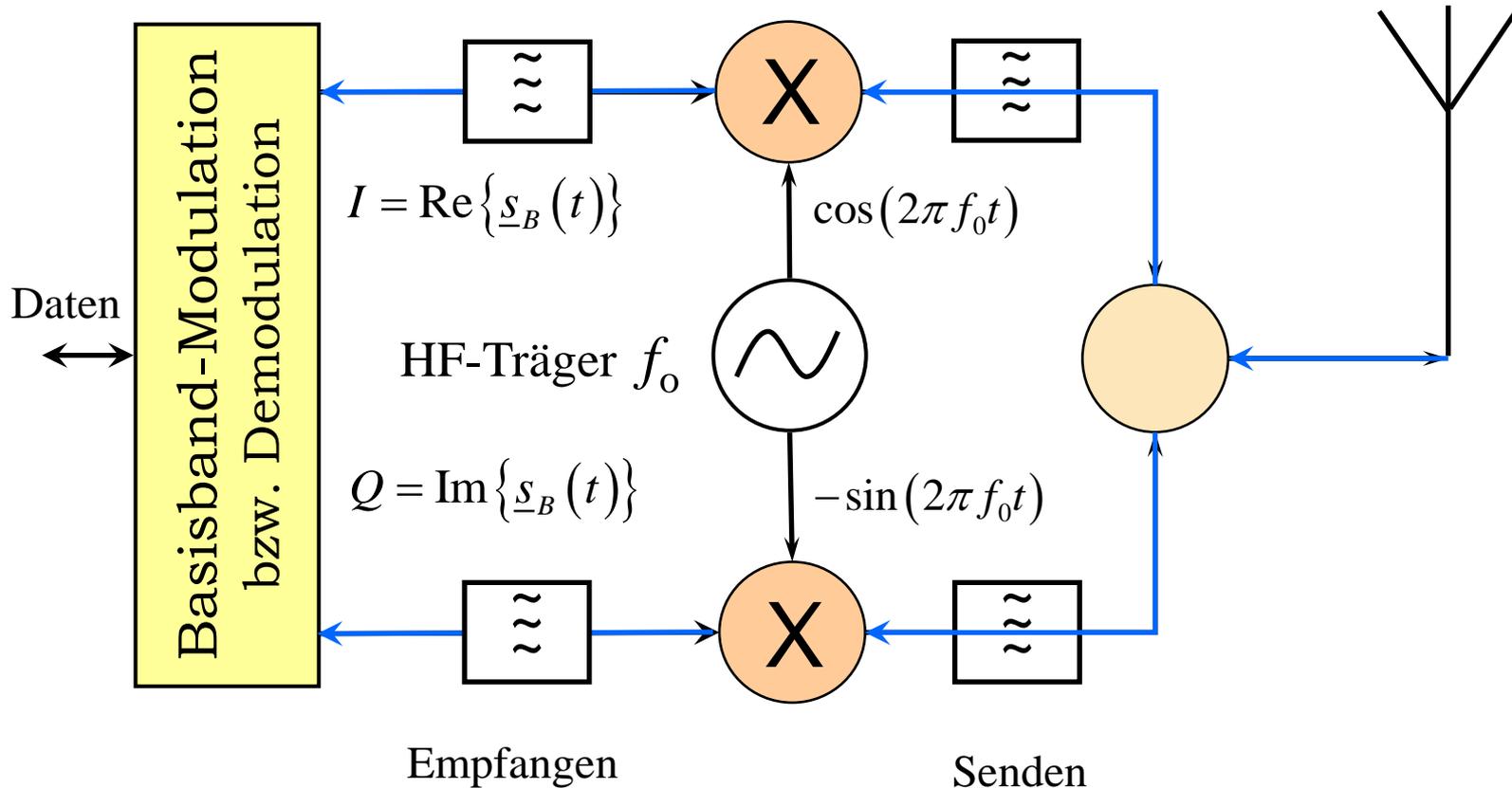


komplexes Basisbandsignal:  $\underline{s}_B(t) = |\underline{s}_B(t)| \cdot e^{j\varphi(t)} = \underbrace{|\underline{s}_B(t)| \cdot \cos[\varphi(t)]}_I + j \cdot \underbrace{|\underline{s}_B(t)| \cdot \sin[\varphi(t)]}_Q$

# Universal Software Radio Peripheral (USRP)

Software Defined Radio (SDR)

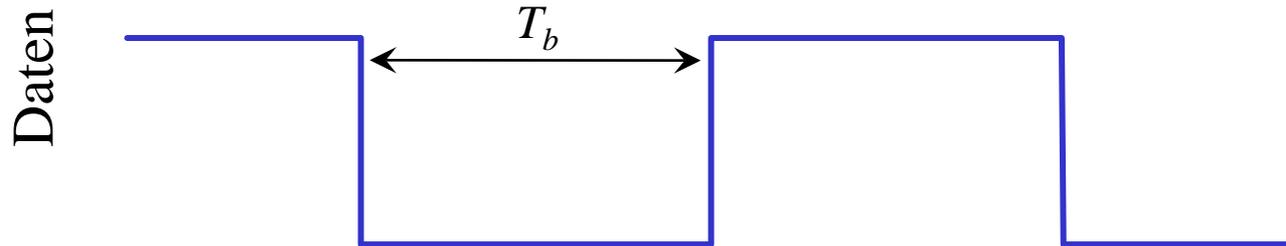
enthält diese Hardware 2-fach für Vollduplexbetrieb



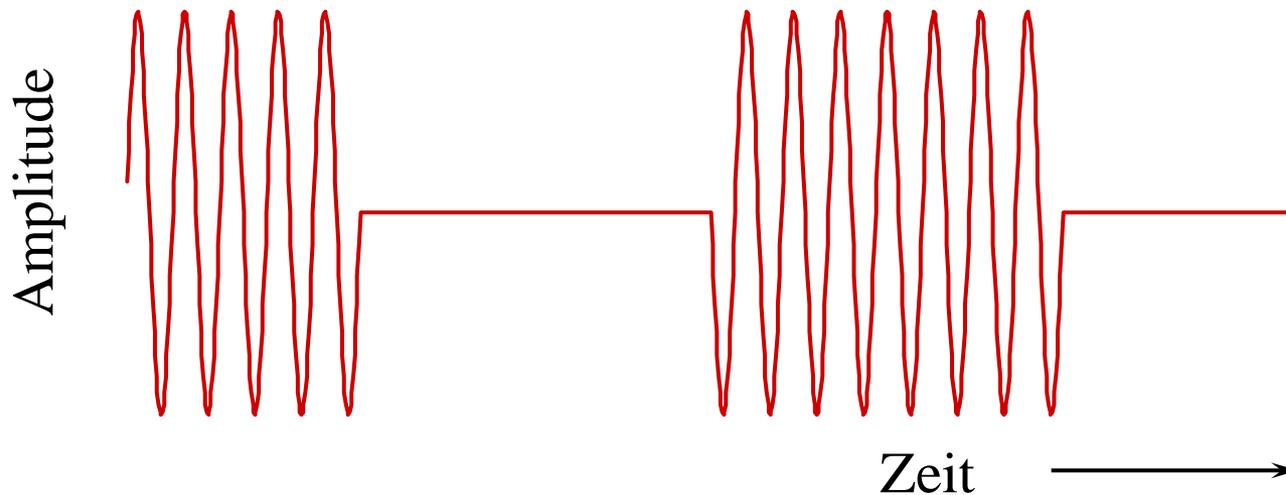
# Einfache digitale Modulationsverfahren I

ASK  $\equiv$  amplitude shift keying

digitaler Datenstrom: 
$$d(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} b_i \cdot \text{rect}\left(\frac{t - iT_b}{T_b}\right)$$

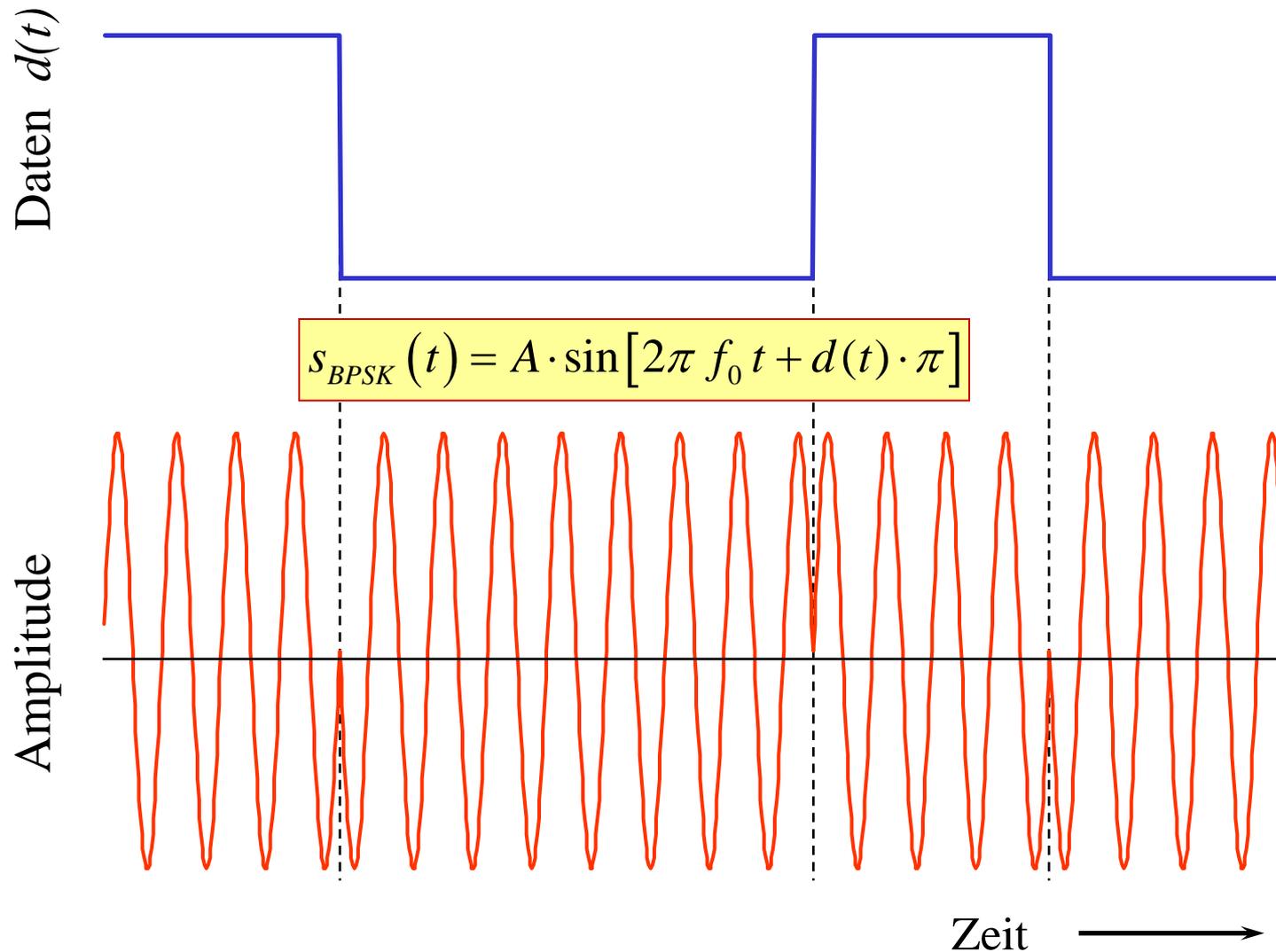


$$s_{ASK}(t) = d(t) \cdot A \cdot \sin(2\pi f_0 t)$$



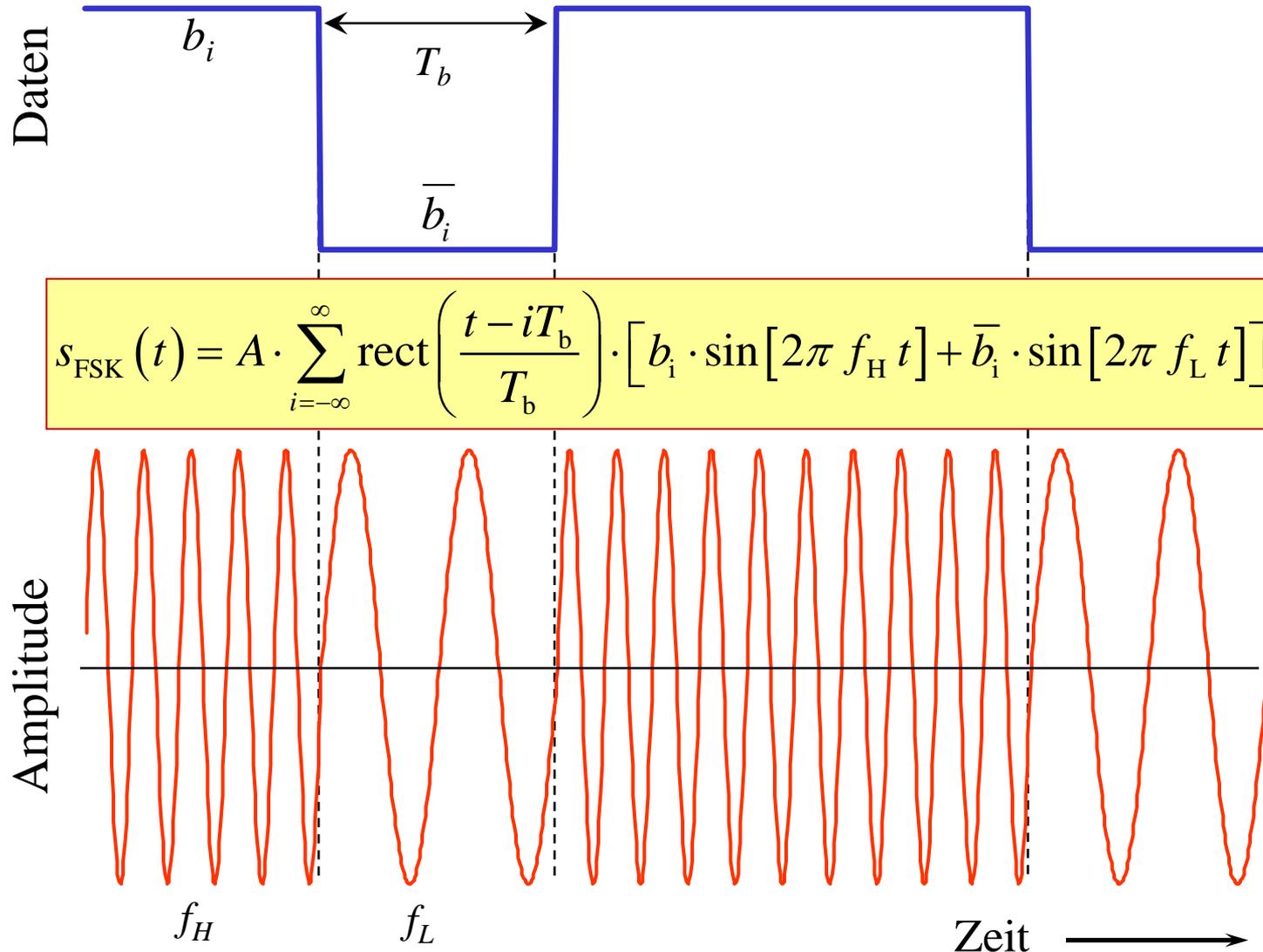
# Einfache digitale Modulationsverfahren II

(B)PSK  $\equiv$  (binary) phase shift keying

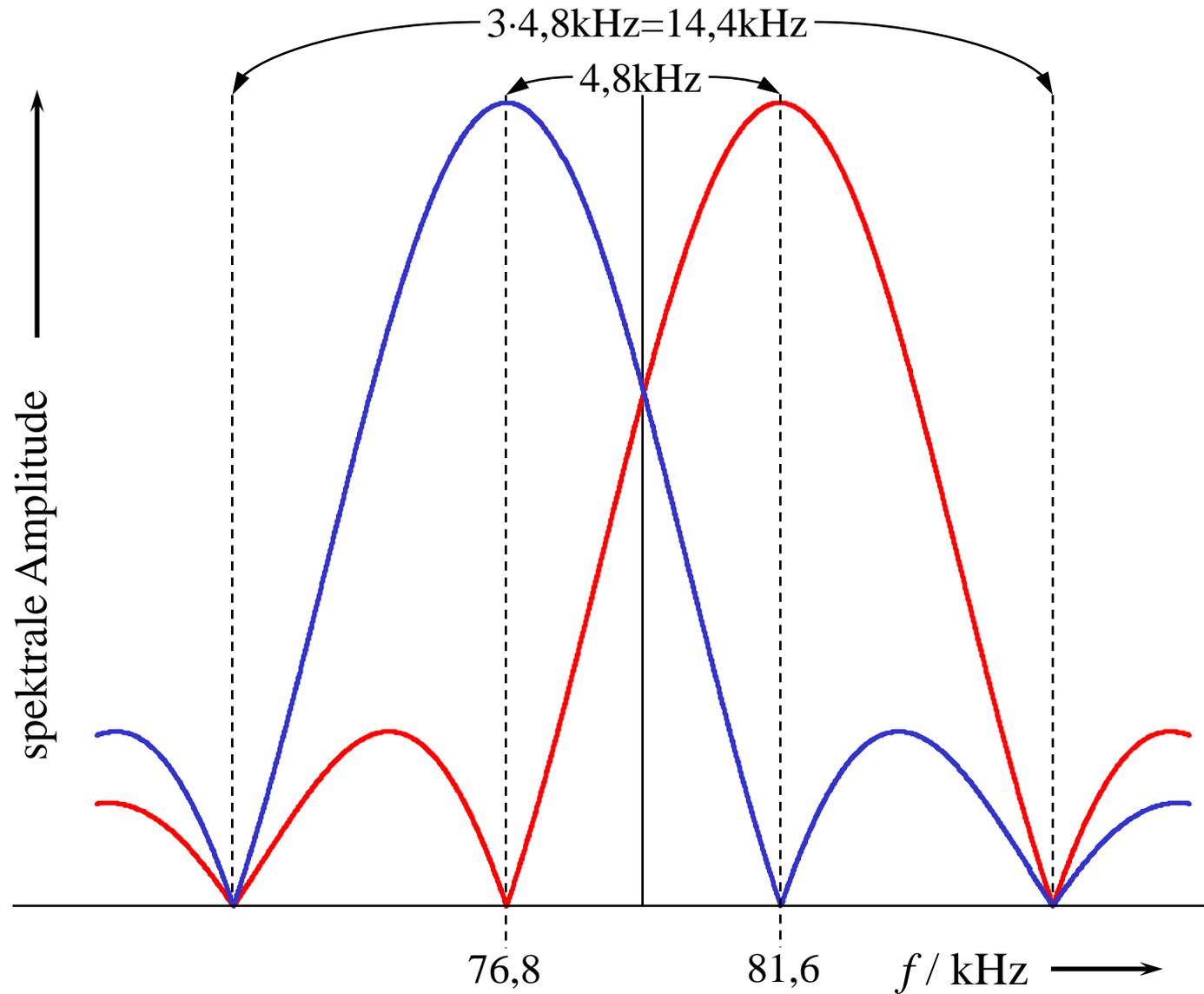


# Einfache digitale Modulationsverfahren III

FSK  $\equiv$  frequency shift keying

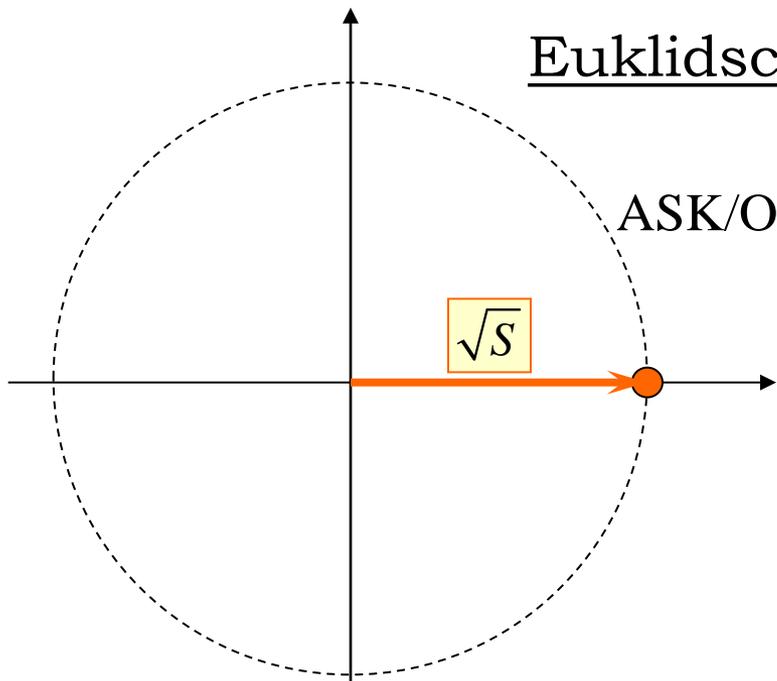


# Typische Spektren orthogonaler FSK-Signalformen

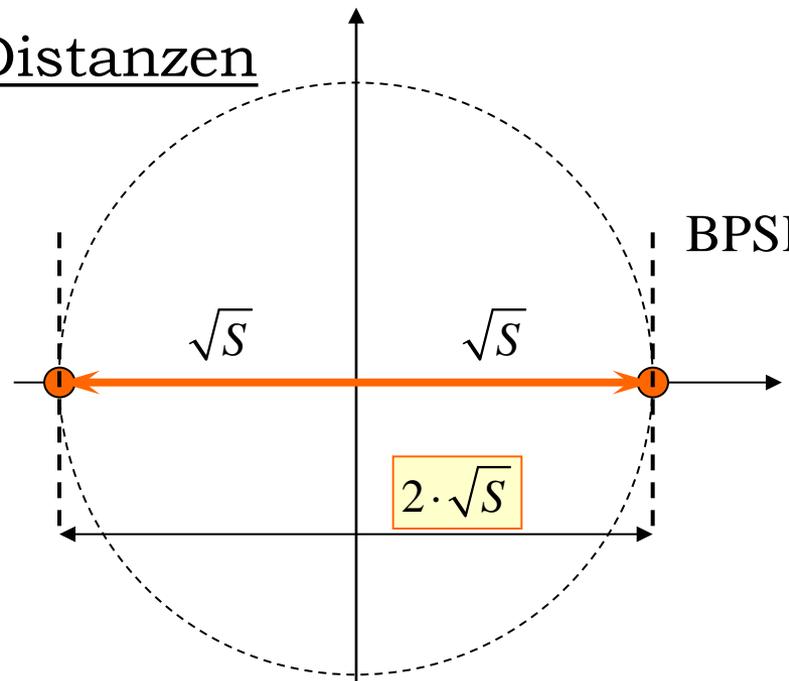


# Euklidische Distanzen

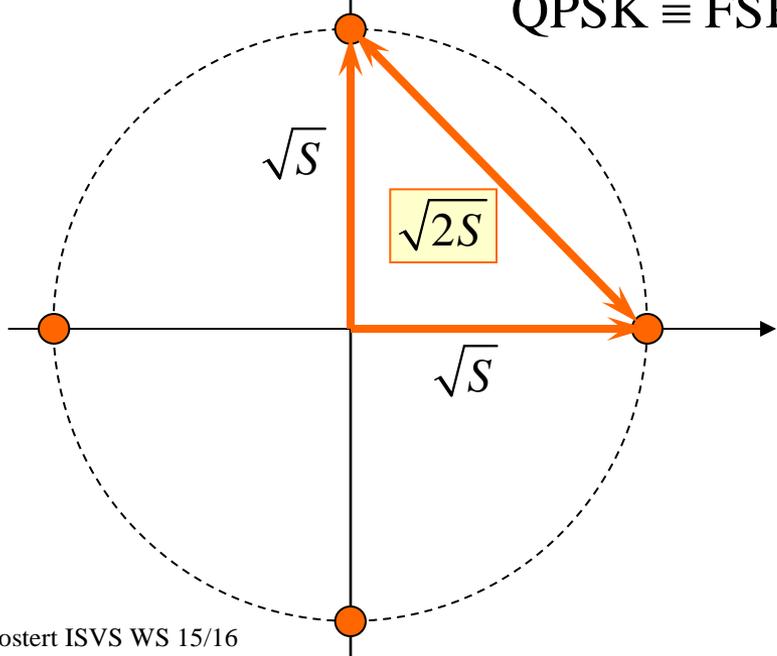
ASK/OOK



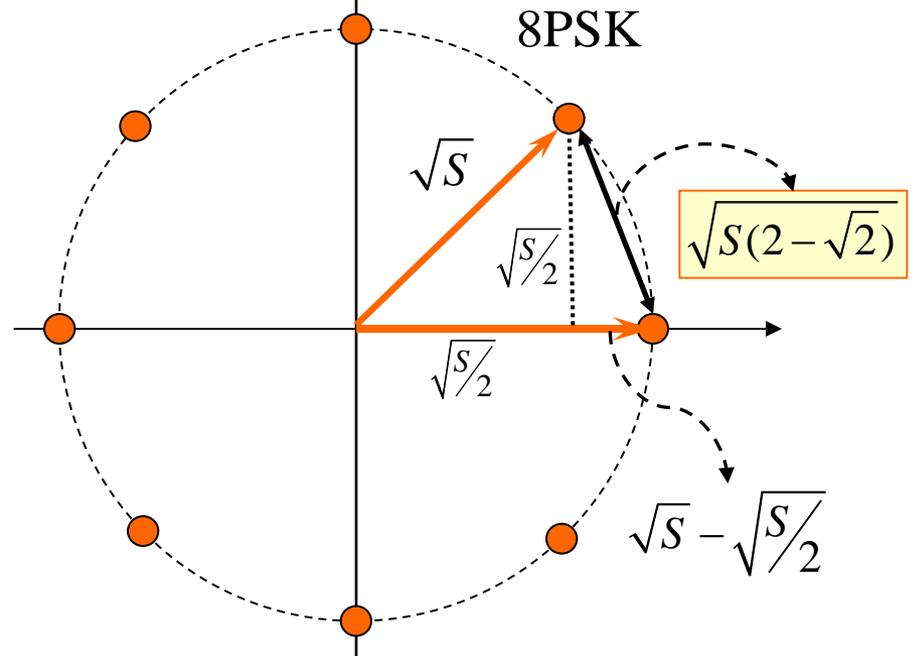
BPSK



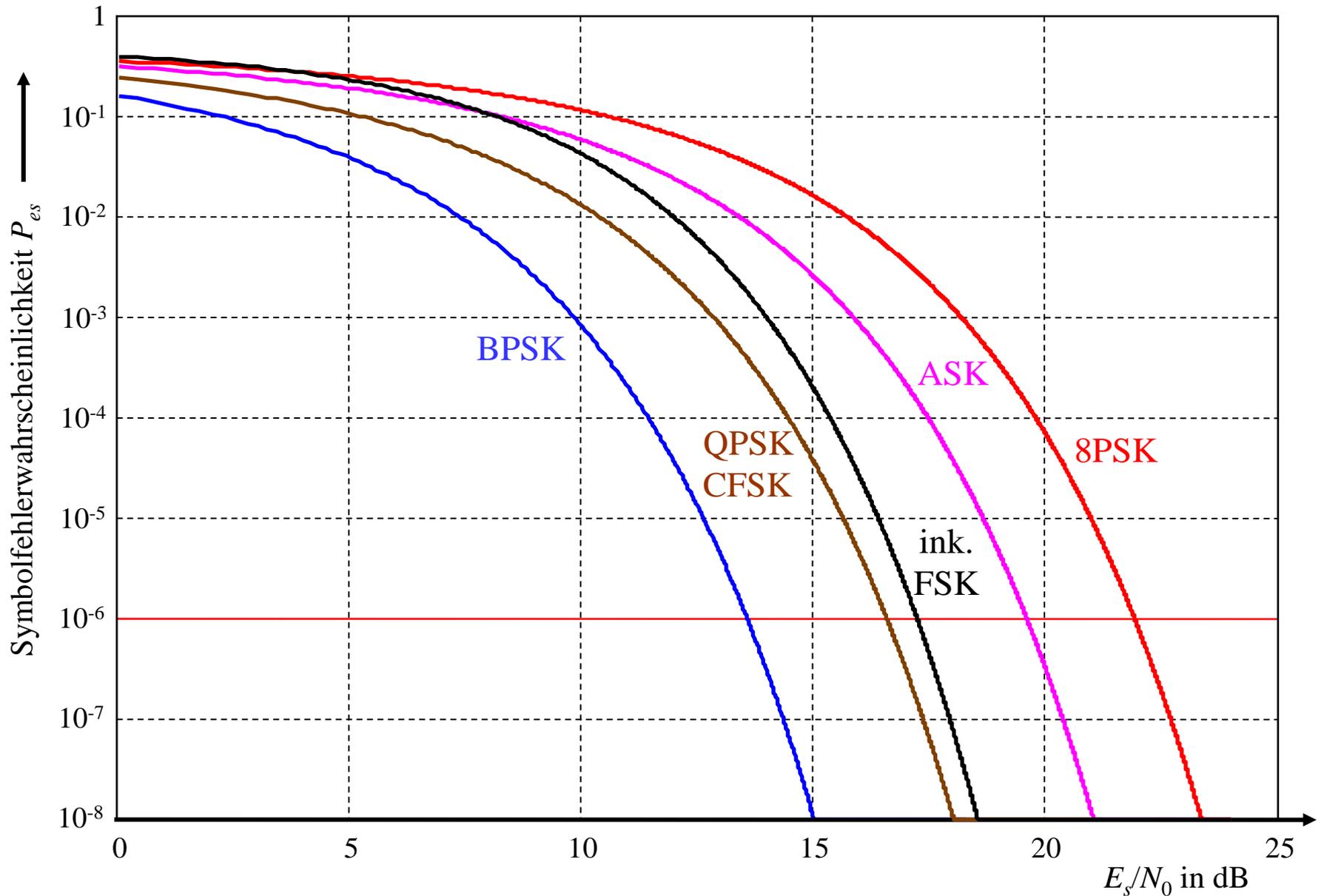
QPSK  $\equiv$  FSK



8PSK



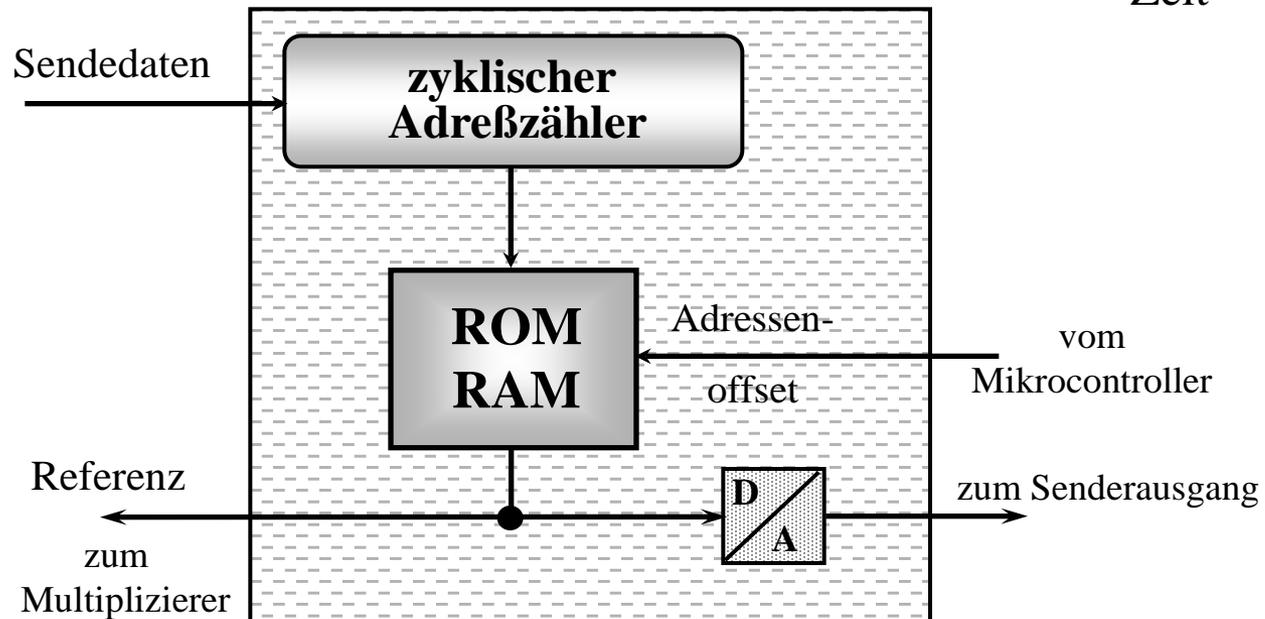
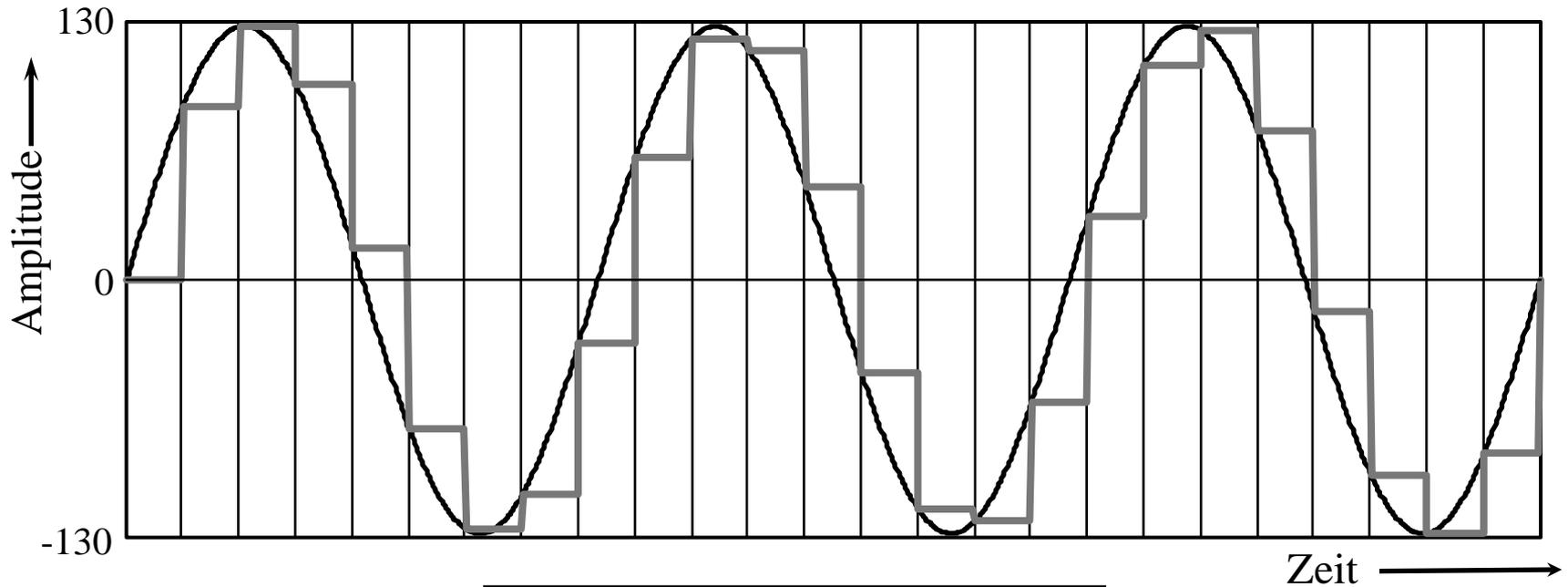
# Symbolfehlerwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit vom Verhältnis Symbolenergie $E_s$ zu Störleistungsdichte $N_0$ für versch. Modulationsverfahren



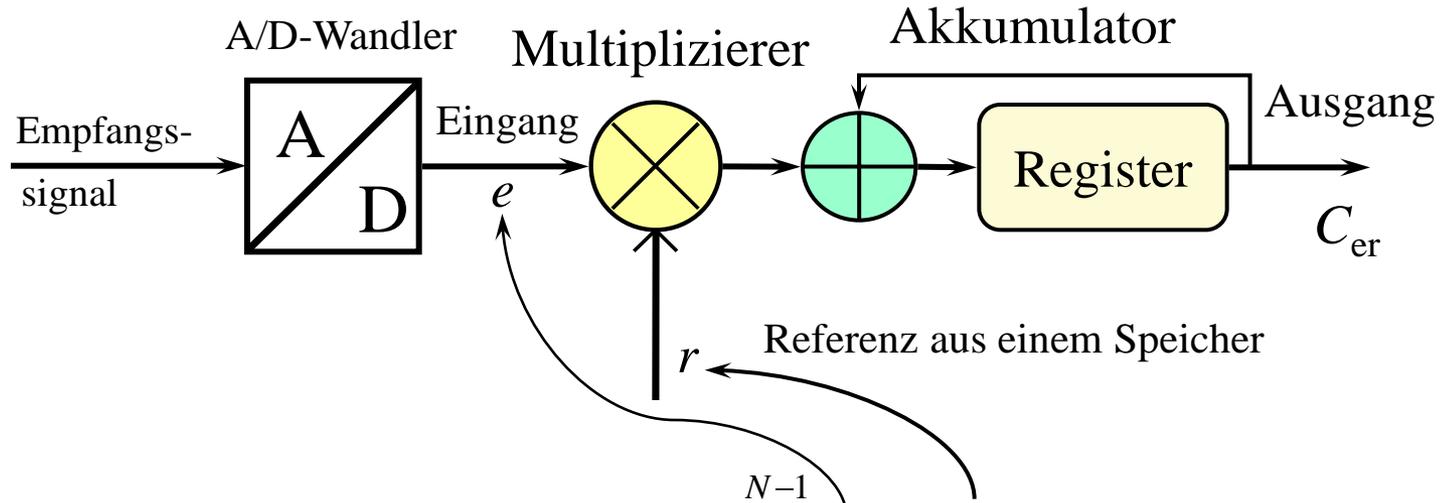
# Symbolenergieberechnung für verschiedene Modulationsverfahren u. Datenraten

Modulation	ASK/OOK	BPSK	QPSK	FSK	8PSK
Amplitude	316,2 mV an 50Ω ≡ 0dBm ≙ 1mW				
Dauer $T$ bei <b>10kbit/s</b>	100μs	100μs	200μs	100μs	300μs
Energie $\frac{1}{2}A^2 \cdot T$	$5 \cdot 10^{-6} V^2/Hz$	$5 \cdot 10^{-6} V^2/Hz$	$10^{-5} V^2/Hz$	$5 \cdot 10^{-6} V^2/Hz$	$1,5 \cdot 10^{-5} V^2/Hz$
Energie in dBV <sup>2</sup> /Hz	-53	-53	-50	-53	-48,2
Dauer $T$ bei <b>100kbit/s</b>	10μs	10μs	20μs	10μs	30μs
Energie $\frac{1}{2}A^2 \cdot T$	$5 \cdot 10^{-7} V^2/Hz$	$5 \cdot 10^{-7} V^2/Hz$	$10^{-6} V^2/Hz$	$5 \cdot 10^{-7} V^2/Hz$	$1,5 \cdot 10^{-6} V^2/Hz$
Energie in dBV <sup>2</sup> /Hz	-63	-63	-60	-63	-58,2
Dauer $T$ bei <b>1Mbit/s</b>	1μs	1μs	2μs	1μs	3μs
Energie $\frac{1}{2}A^2 \cdot T$	$5 \cdot 10^{-8} V^2/Hz$	$5 \cdot 10^{-8} V^2/Hz$	$10^{-7} V^2/Hz$	$5 \cdot 10^{-8} V^2/Hz$	$1,5 \cdot 10^{-7} V^2/Hz$
Energie in dBV <sup>2</sup> /Hz	-73	-73	-70	-73	-68,2

# Digitale FSK-Signalerzeugung mittels Wavetable-Synthese



# Aufbau eines digitalen Korrelationsempfängers



Korrelation allgemein: 
$$C_{er}(\varepsilon) = \sum_{k=0}^{N-1} e(k) \cdot r(\varepsilon + k)$$

**Ziel beim Matched Filter:**

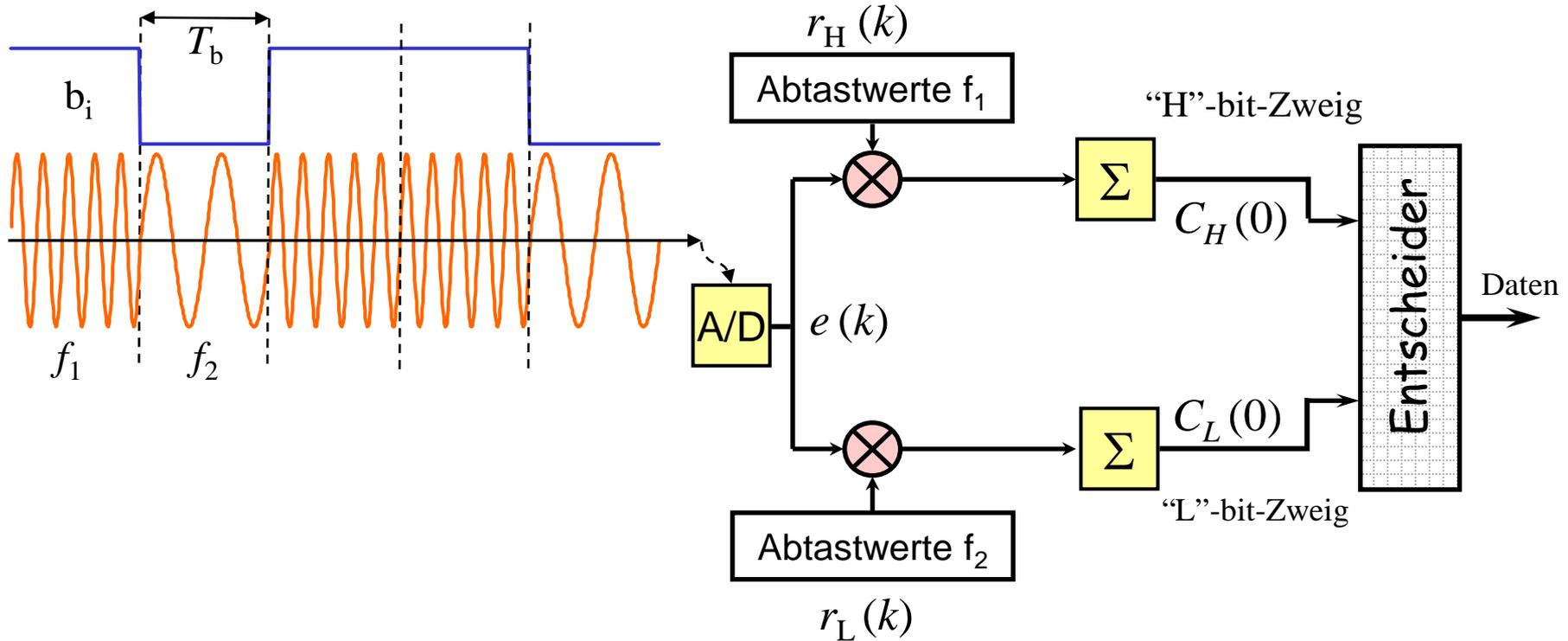
**Maximum der Autokorrelation:  $r=e, \varepsilon=0$**

$$C_{ee}(0) = \sum_{k=0}^{N-1} e(k) \cdot e(k) = \sum_{k=0}^{N-1} [e(k)]^2$$

**dazu ist eine Synchronisationseinrichtung erforderlich**

# Korrektoreinsatz in einem digitalen Übertragungssystem mit FSK

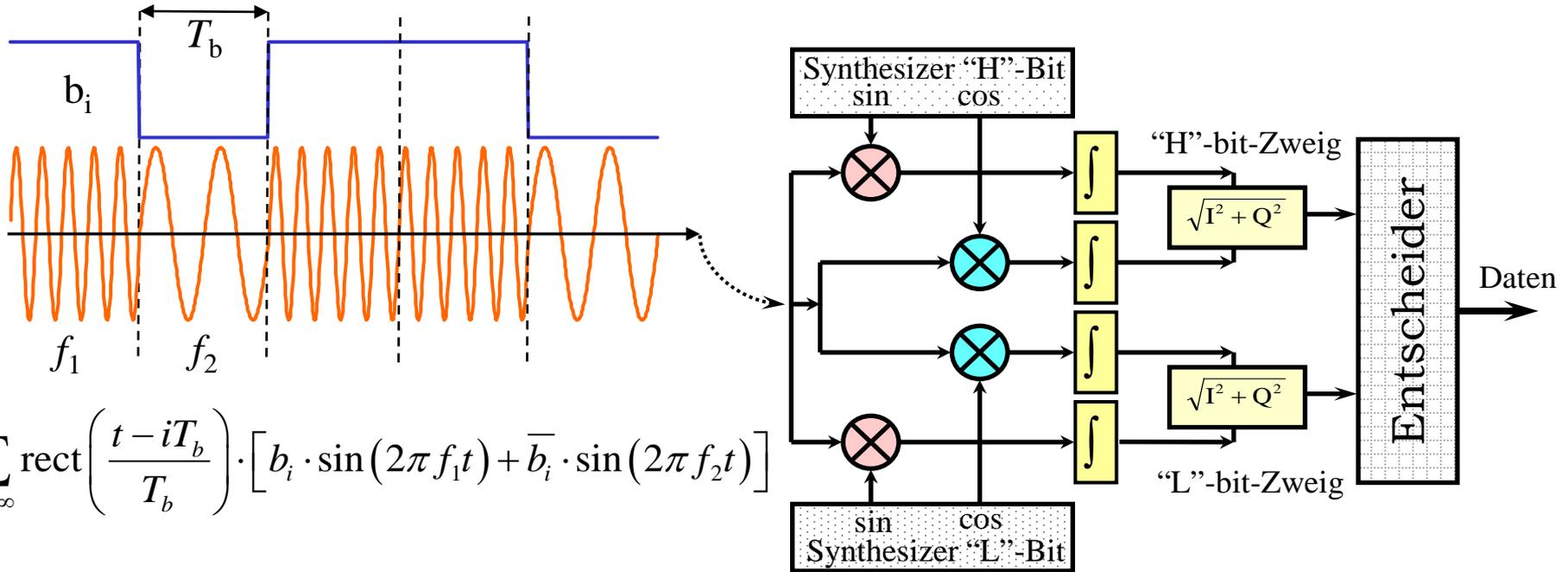
$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t-iT_b}{T_b}\right) \cdot [b_i \cdot \sin(2\pi f_1 t) + \bar{b}_i \cdot \sin(2\pi f_2 t)]$$



$$C_H(0) = \sum_{k=0}^{N-1} e(k) \cdot r_H(k) \Leftarrow \text{dig. Korrelation für 'H'-bit}$$

$$C_L(0) = \sum_{k=0}^{N-1} e(k) \cdot r_L(k) \Leftarrow \text{dig. Korrelation für 'L'-bit}$$

# Matched Filter in einem inkohärenten FSK-Quadraturempfänger



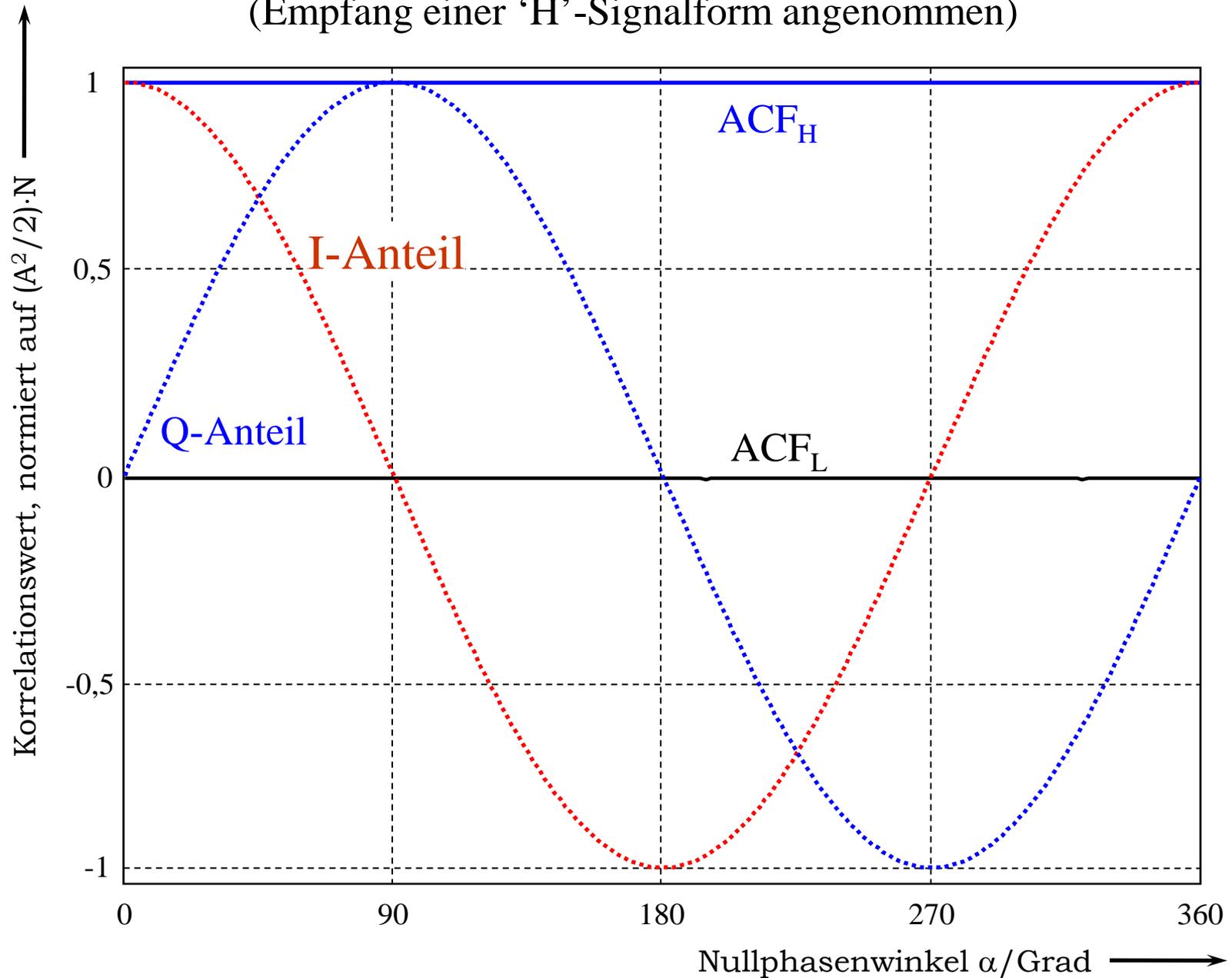
MF- Impulsantwort:  $m(t) = s(-t)$

MF-Ausgang:  $s_a(t) = s(t) * m(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \cdot m(t - \tau) d\tau = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \cdot s(t + \tau) d\tau}_{\text{Korrelation}}$

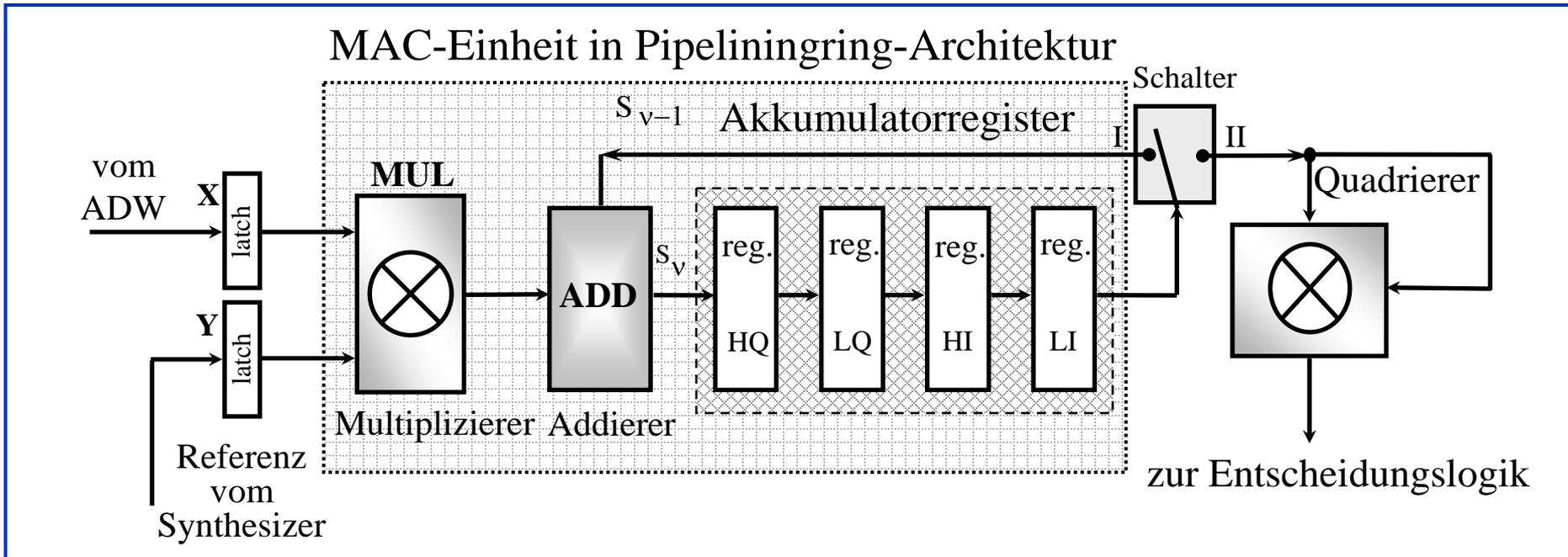
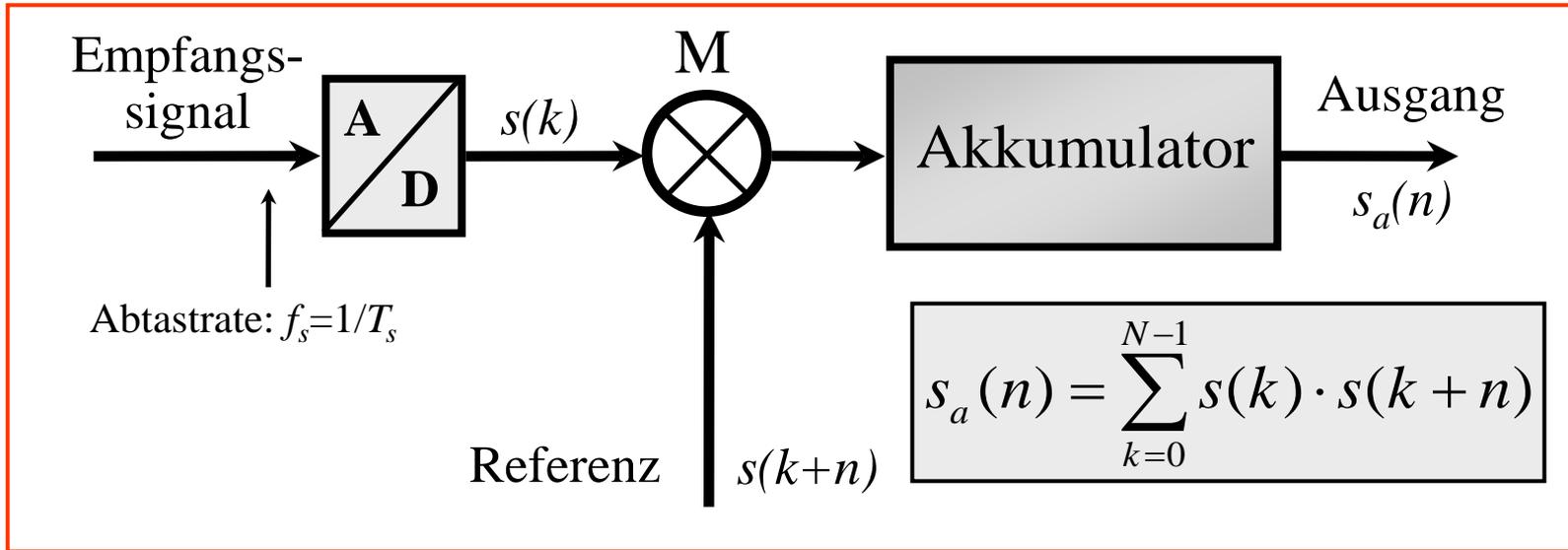
diskret:  $s_a(k) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) \cdot s(k + n) \leftarrow$  dig. Korrelation

Wirkung des MF:  $S/N = E_s/N_0$

# Verhalten eines inkohärenten Empfängers (Empfang einer 'H'-Signalform angenommen)



# Digitales Quadraturempfängerkonzept



# Numerische Randbedingungen bei der digitalen Korrelation

digitalisiertes Empfangssignal:  $s(k) = \lceil 128 \cdot \sin(2\pi f_{L/H} kT) \rceil$

$$\Rightarrow \text{Autokorrelationsergebnis: } \varphi_{ss}(0) = \sum_{k=0}^{N-1} \lceil s(kT) \rceil^2$$

numerisches Ergebnis für  $N=250$ :

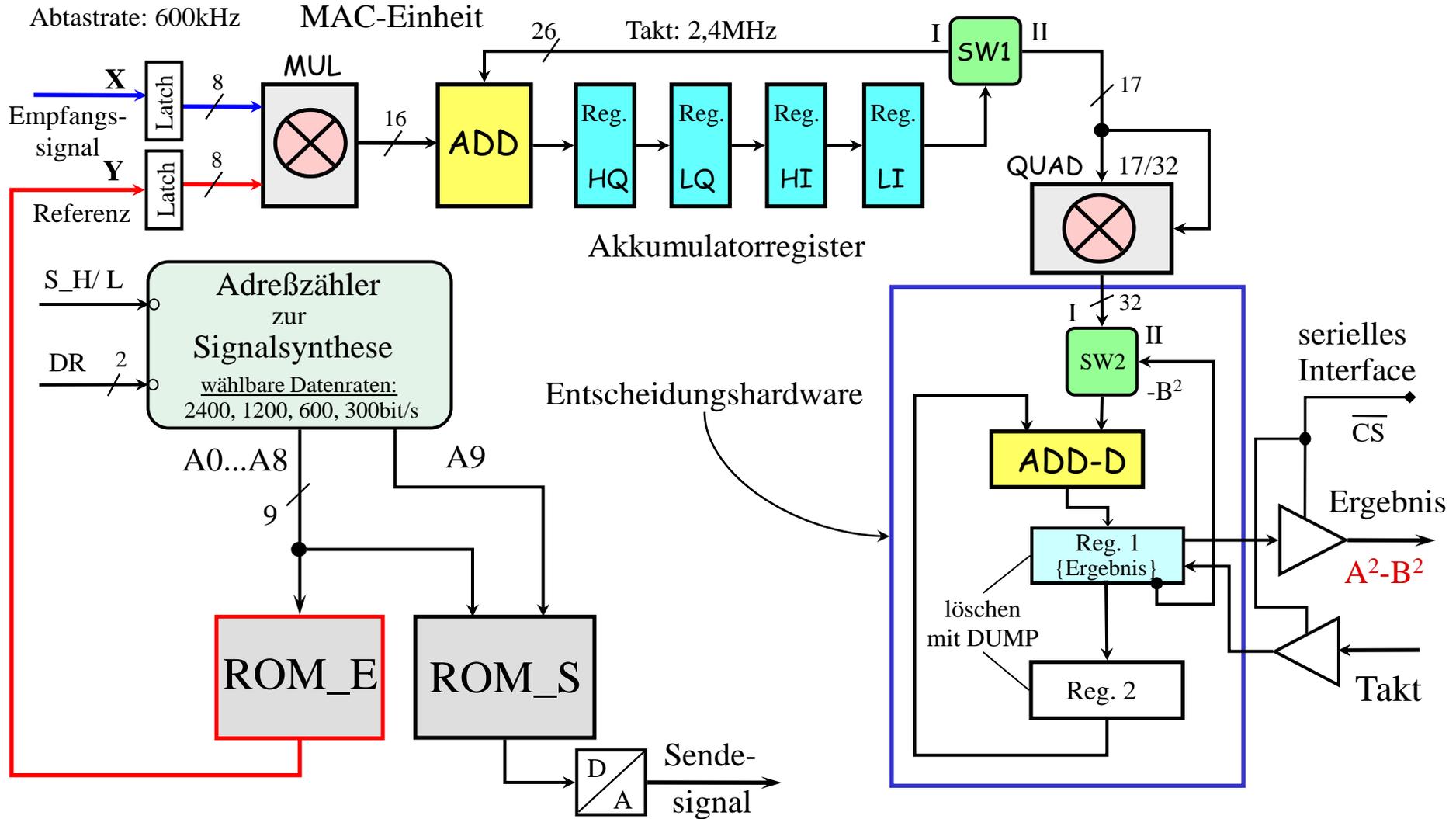
$$\varphi_{ss}(0) = \sum_{k=0}^{N-1} \lceil 128 \cdot \sin(2\pi f_{L/H} kT) \rceil^2 = \frac{1}{2} \cdot 128^2 \cdot N = 2.048.000 \equiv 1F4000H$$

die Nullphase  $\alpha$  des Empfangssignals ist normalerweise unbekannt:  $s(t) = A \cdot \sin(2\pi f_{L/H} t + \alpha)$

ein Quadraturempfänger wird benötigt; er arbeitet folgendermaßen:

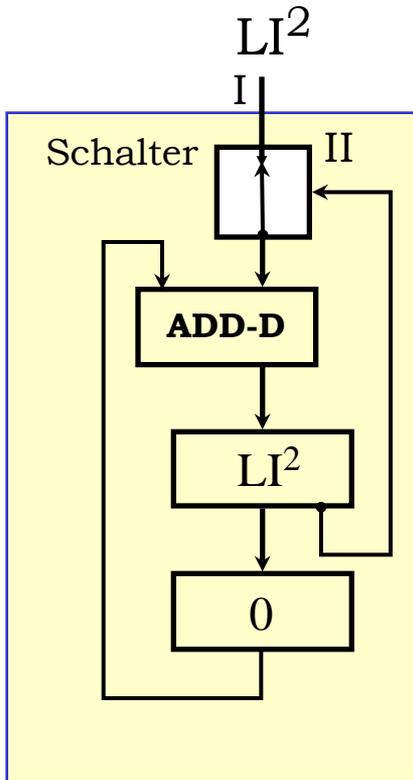
$$\frac{\varphi_{ss}(0)}{128^2} = \sqrt{\underbrace{\left[ \sum_{k=0}^{N-1} \sin(2\pi f_{L/H} kT + \alpha) \cdot \sin(2\pi f_{L/H} kT) \right]^2}_{\text{Inphaseanteil}} + \underbrace{\left[ \sum_{k=0}^{N-1} \sin(2\pi f_{L/H} kT + \alpha) \cdot \cos(2\pi f_{L/H} kT) \right]^2}_{\text{Quadraturanteil}}}$$

# Komplette Modemhardware

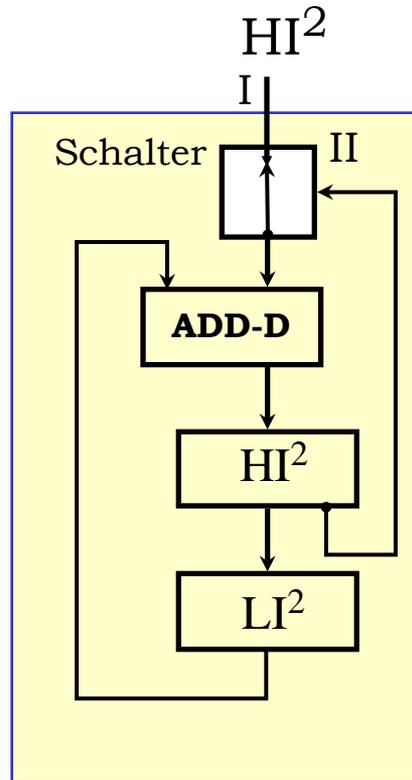


# Details der Arbeitsweise der Entscheidungshardware I

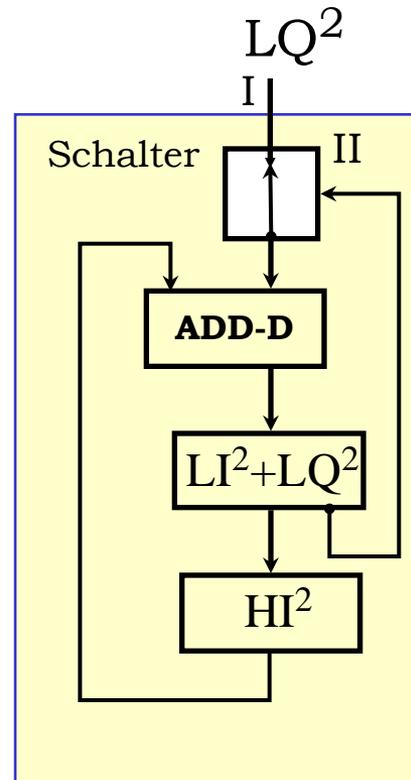
vom Quadrierer



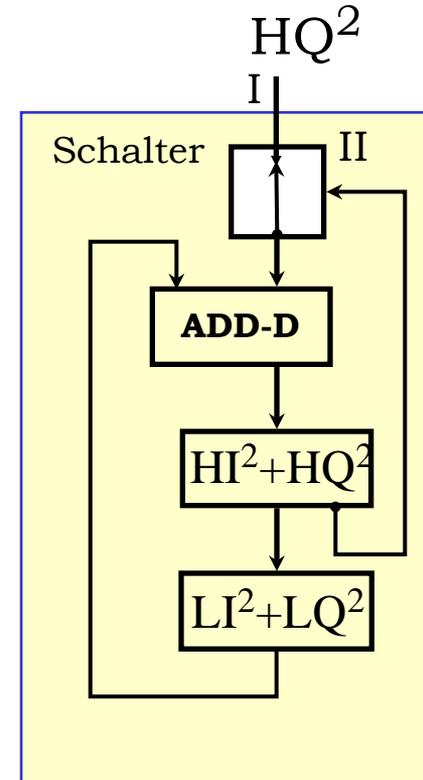
vom Quadrierer



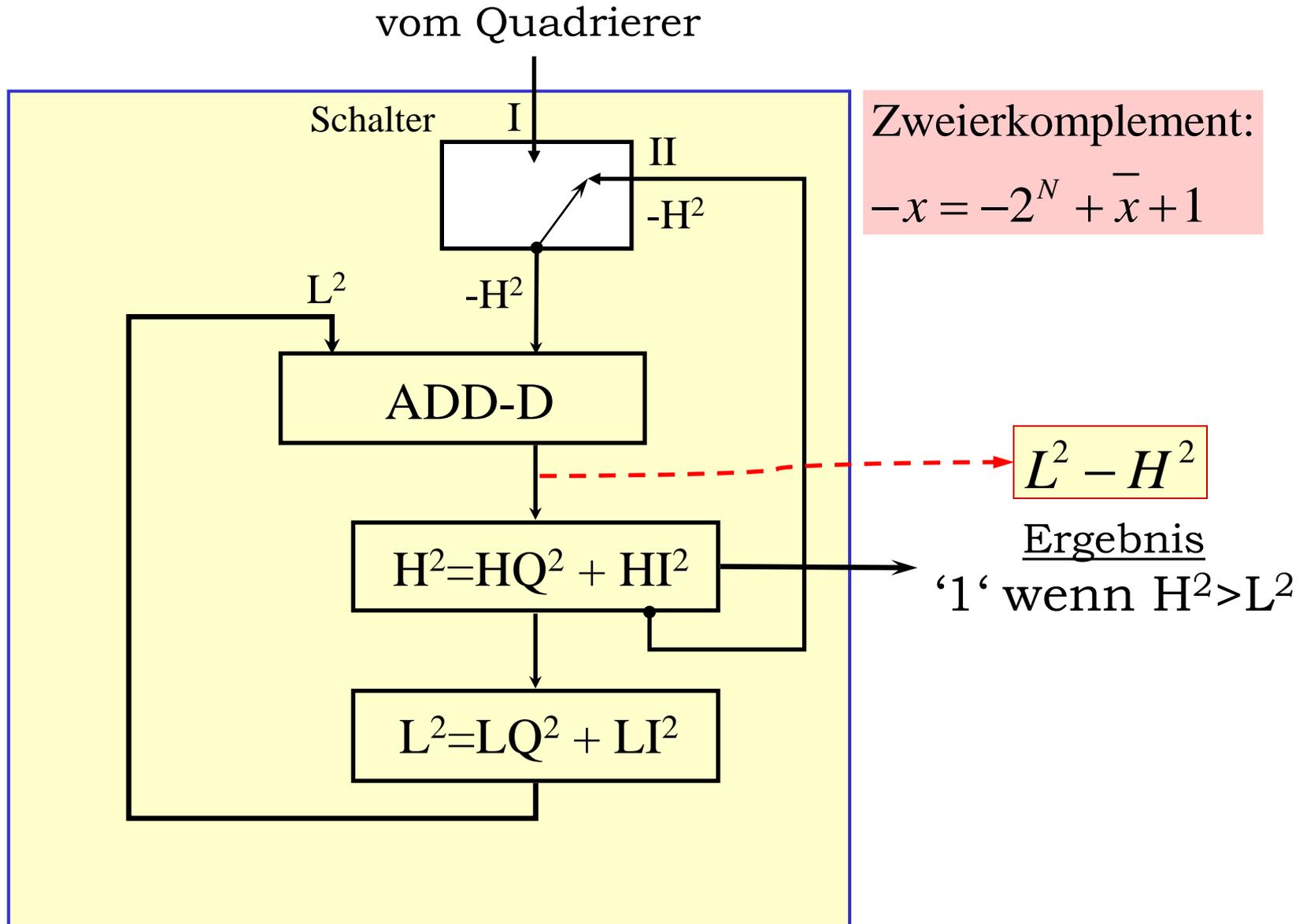
vom Quadrierer



vom Quadrierer



# Details der Arbeitsweise der Entscheidungshardware II



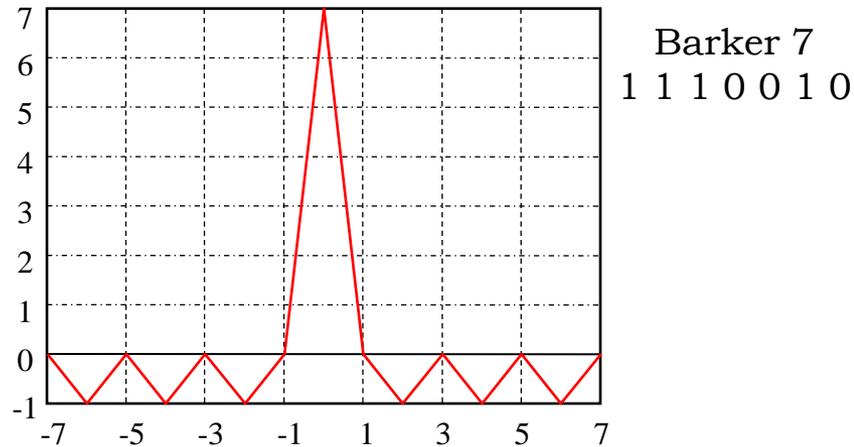
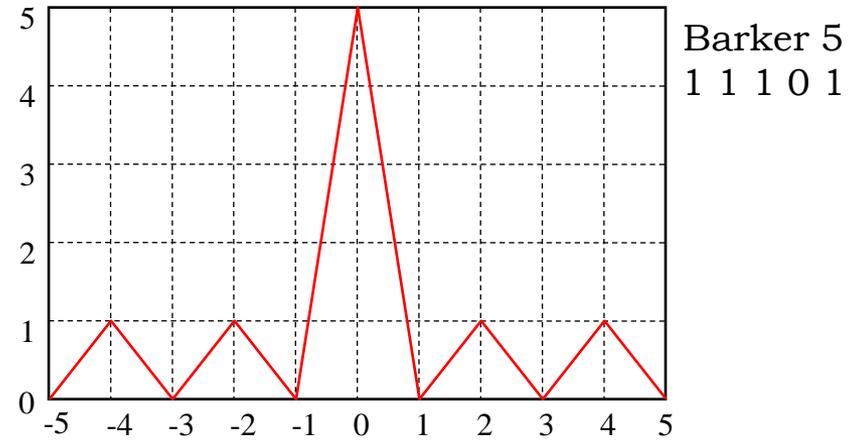
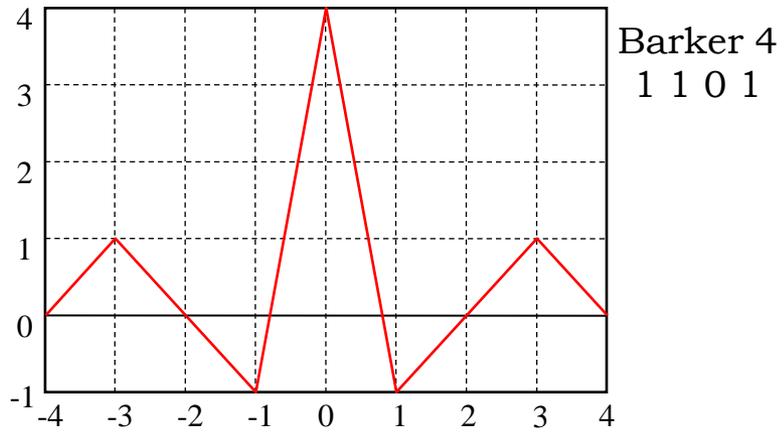
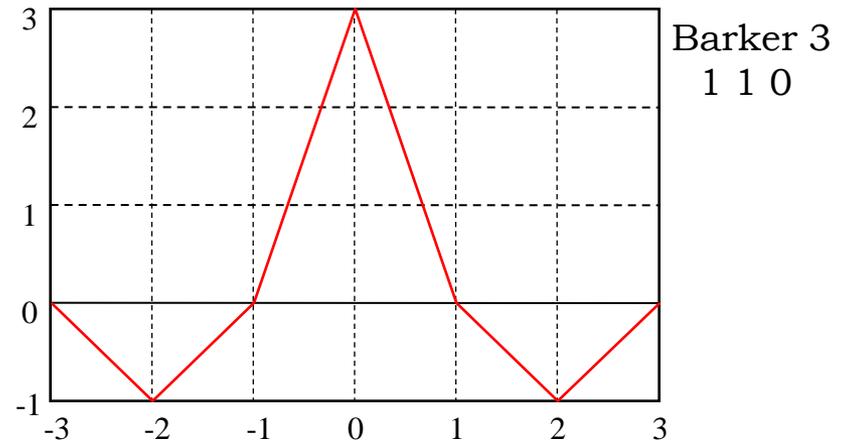
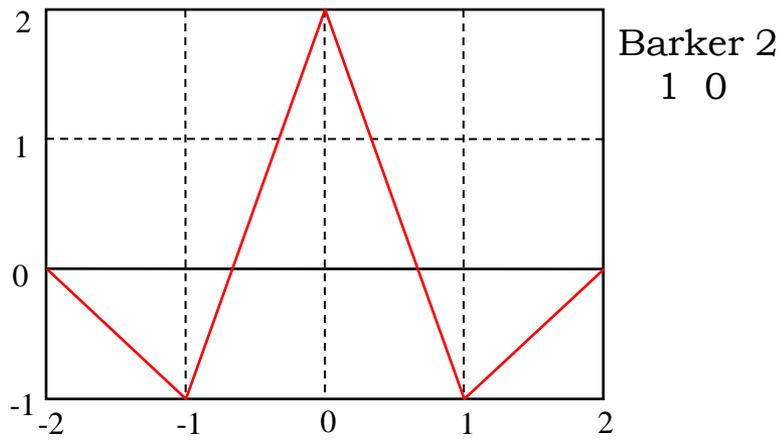
# Telegrammaufbau mit Präambel für binäre FSK-Übertragung

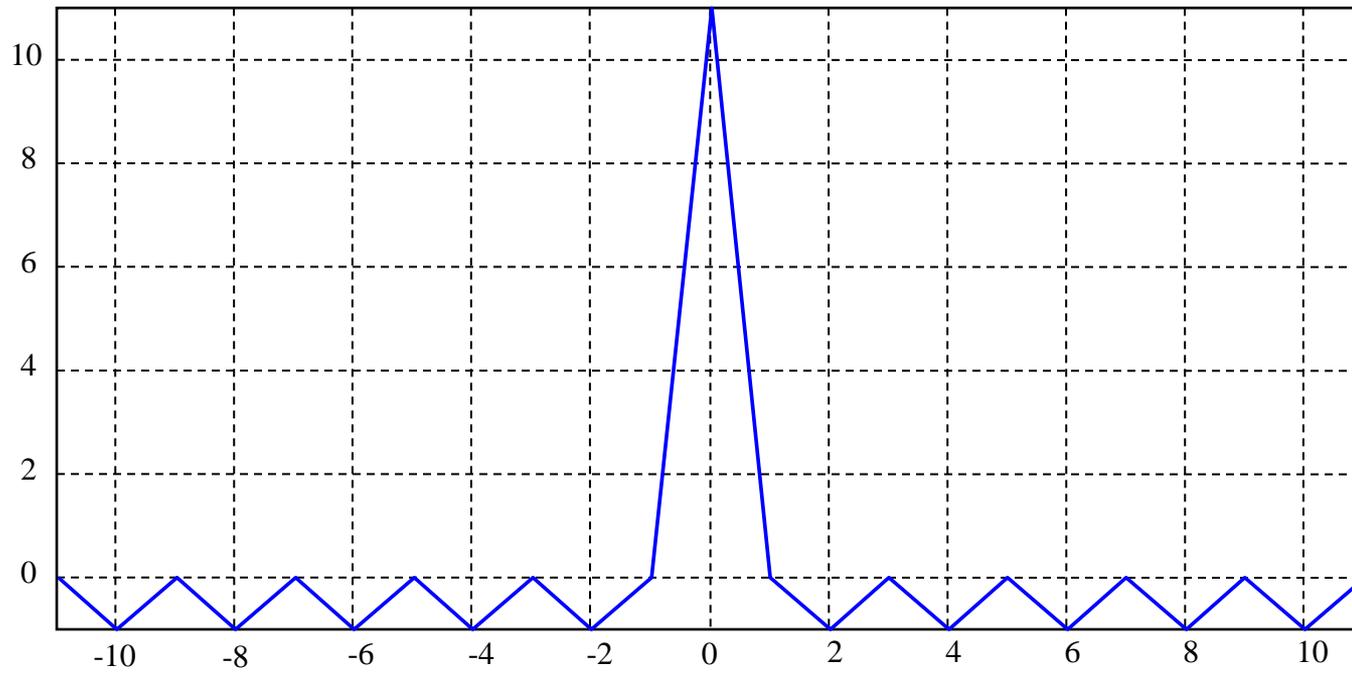
Präambel									
$\mathbf{P}_1$	$\mathbf{P}_2$	$\mathbf{D}_1$	$\mathbf{D}_2$	$\mathbf{D}_3$	$\mathbf{D}_4$	.....	$\mathbf{D}_{N-2}$	$\mathbf{D}_{N-1}$	$\mathbf{D}_N$
$T_p$	$T_p$	$T_b$	$T_b$	$T_b$	$T_b$	.....	$T_b$	$T_b$	$T_b$

## Barkercode-Eigenschaften

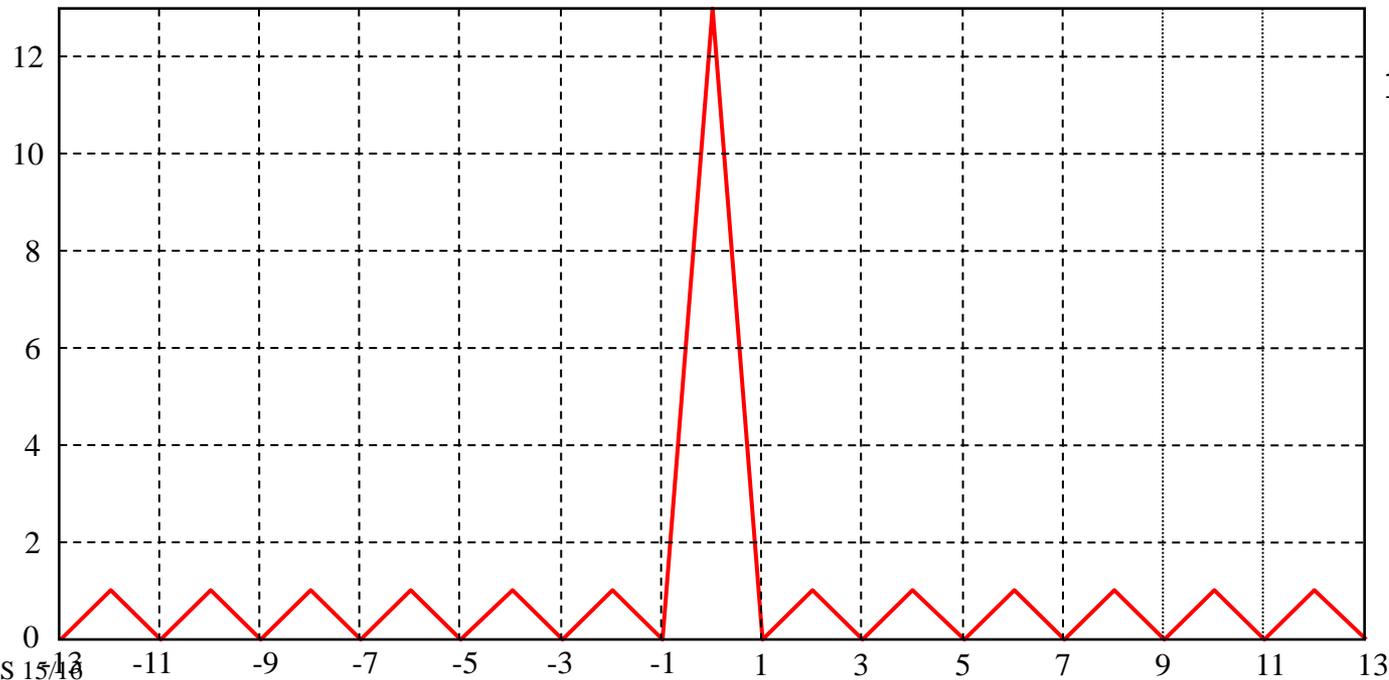
$$|\varphi_{ss}^E(\tau)| \leq 1 \quad \text{für } \tau \neq 0 \quad \text{und} \quad |\varphi_{ss}^E(0)| = M$$

1	0	Barkercodes der Länge 2...13										
1	1	0										
1	1	0	1									
1	1	1	0	1								
1	1	1	0	0	1	0						
1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0		
1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1



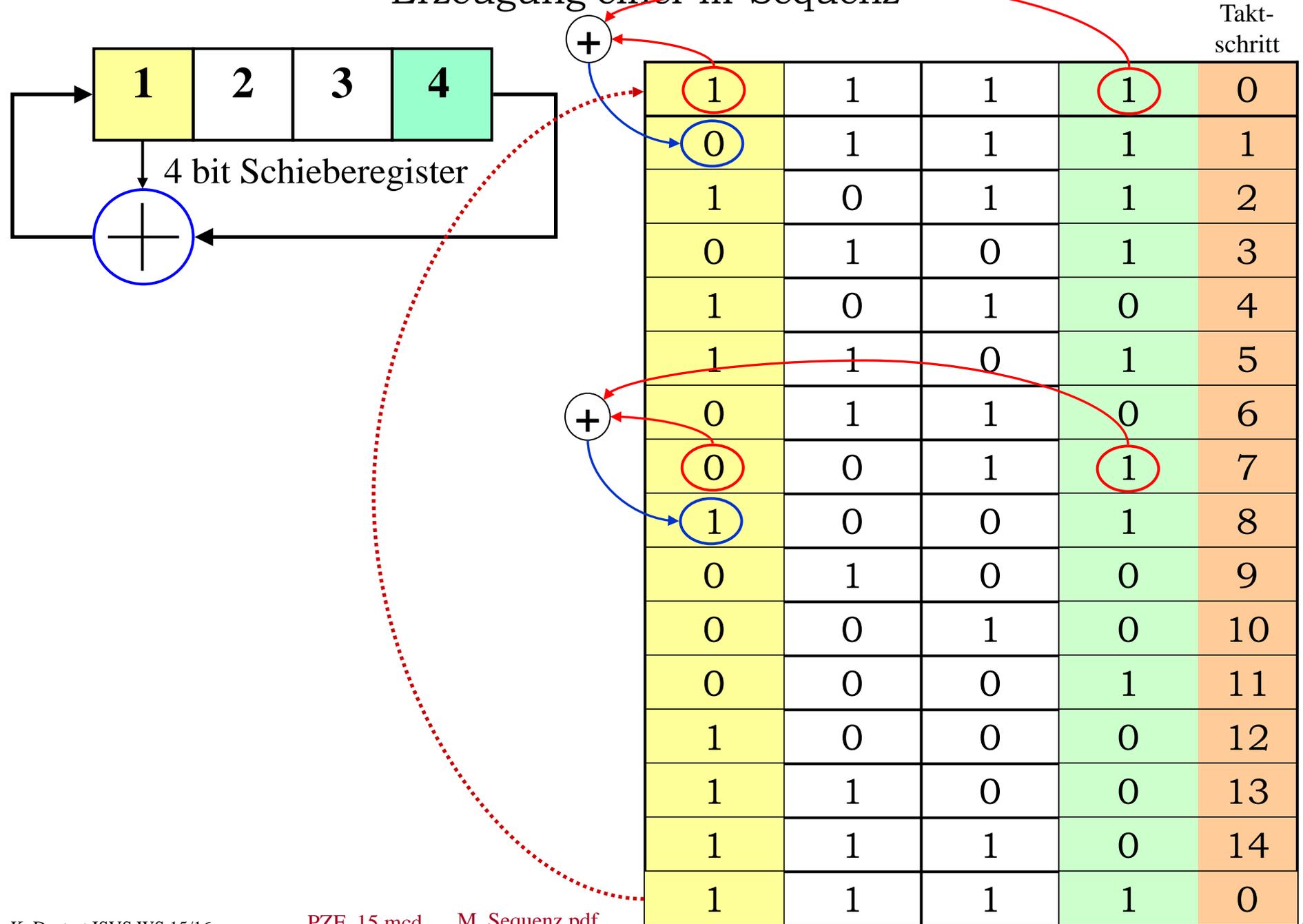


Barker 11  
11100010010

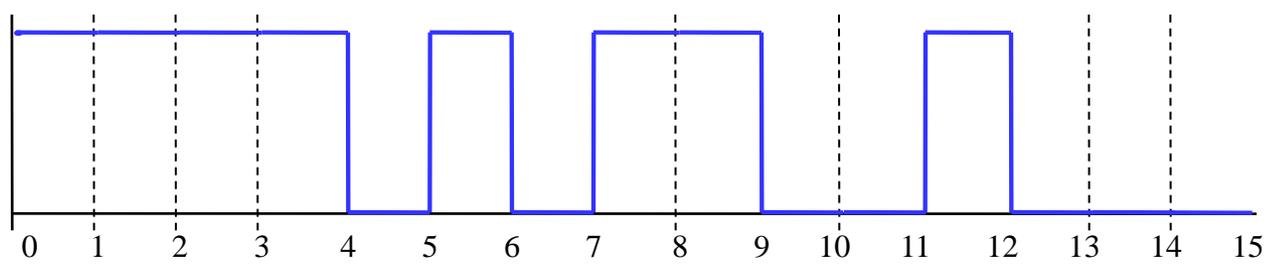


Barker 13  
1111100110101

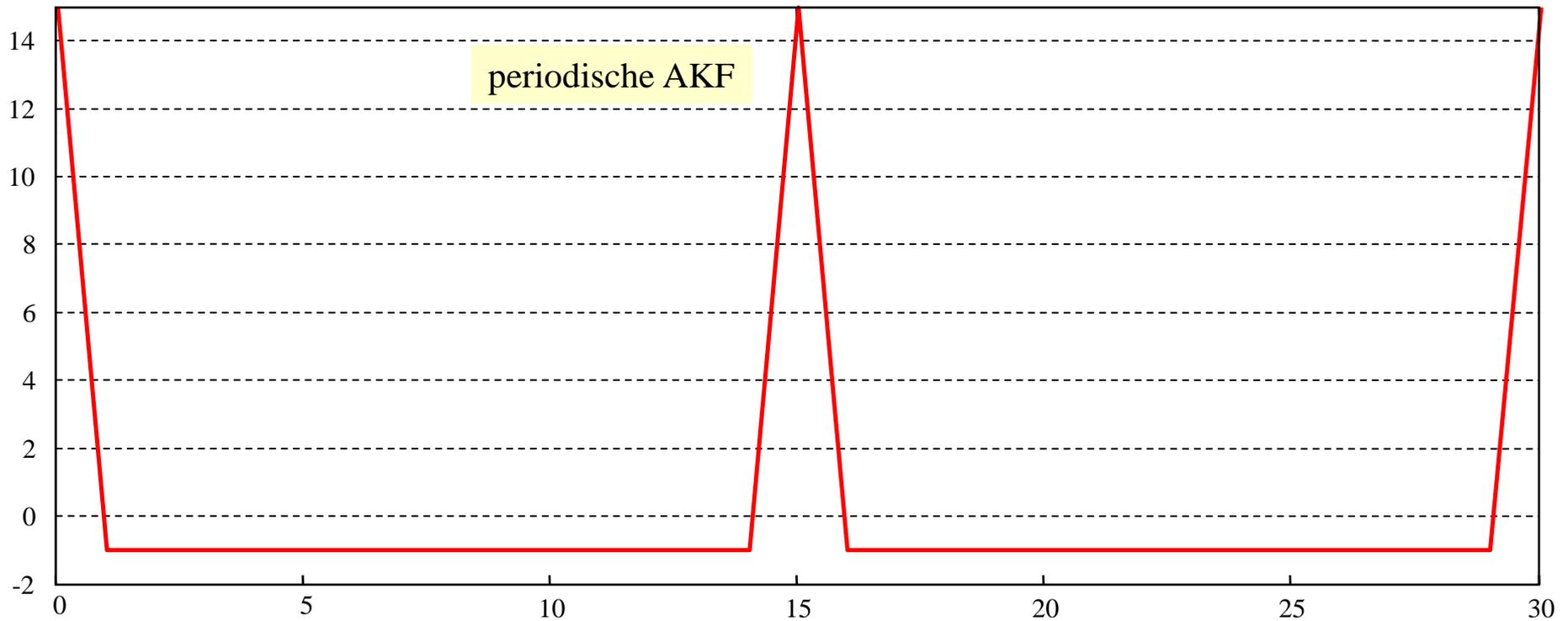
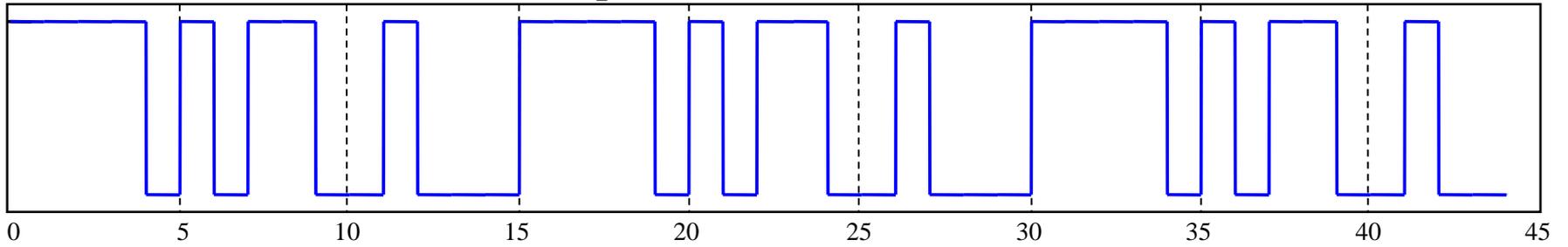
# Erzeugung einer m-Sequenz



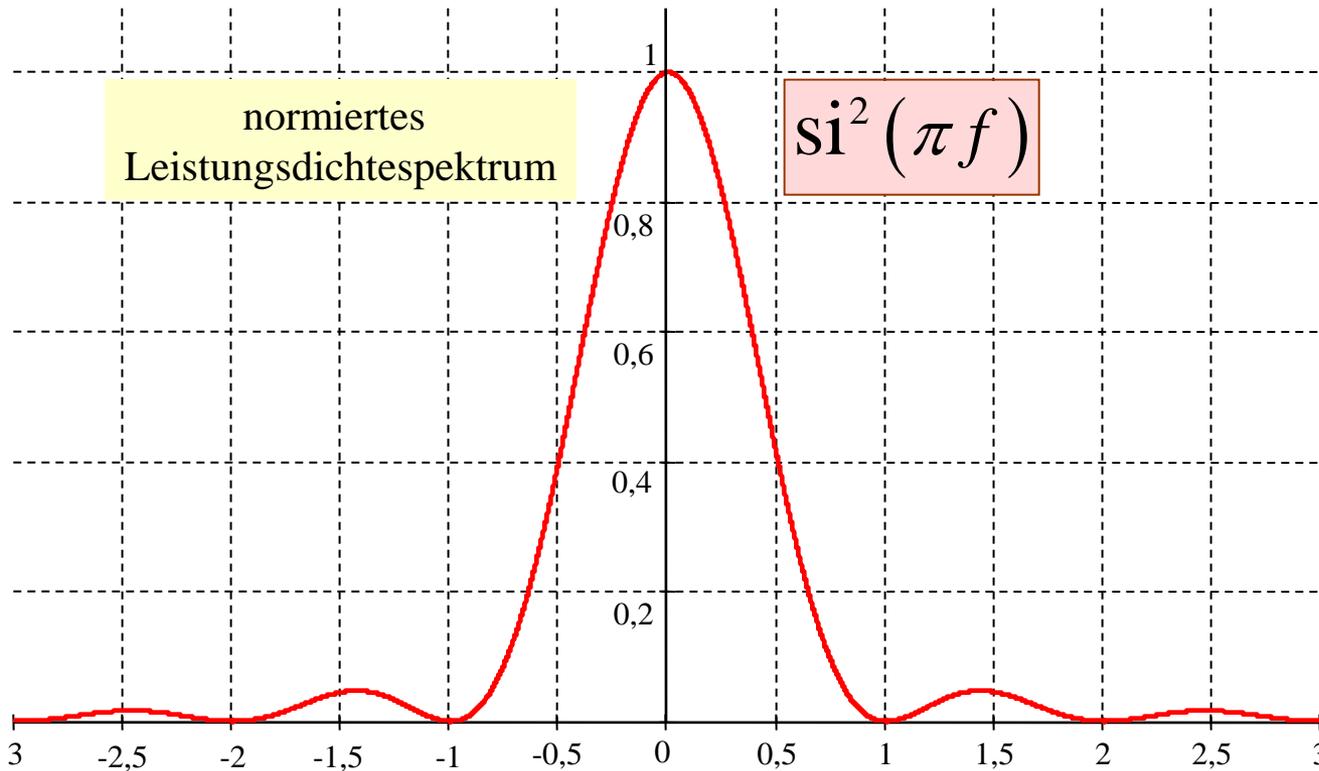
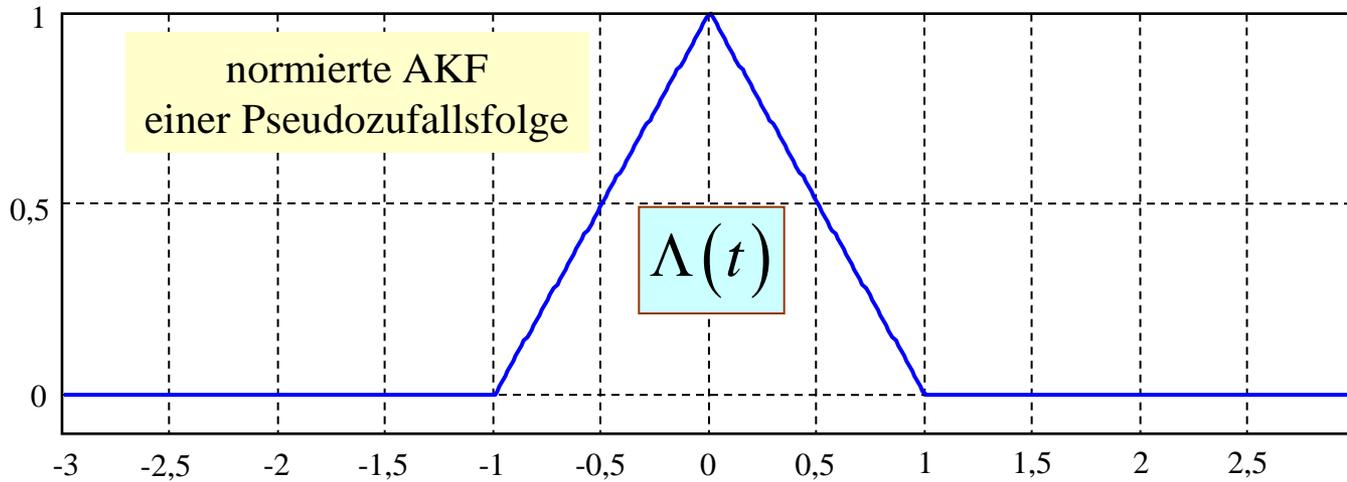
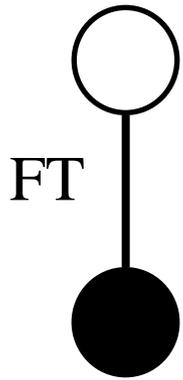
15-bit-PZF



3 mal periodisch wiederholt

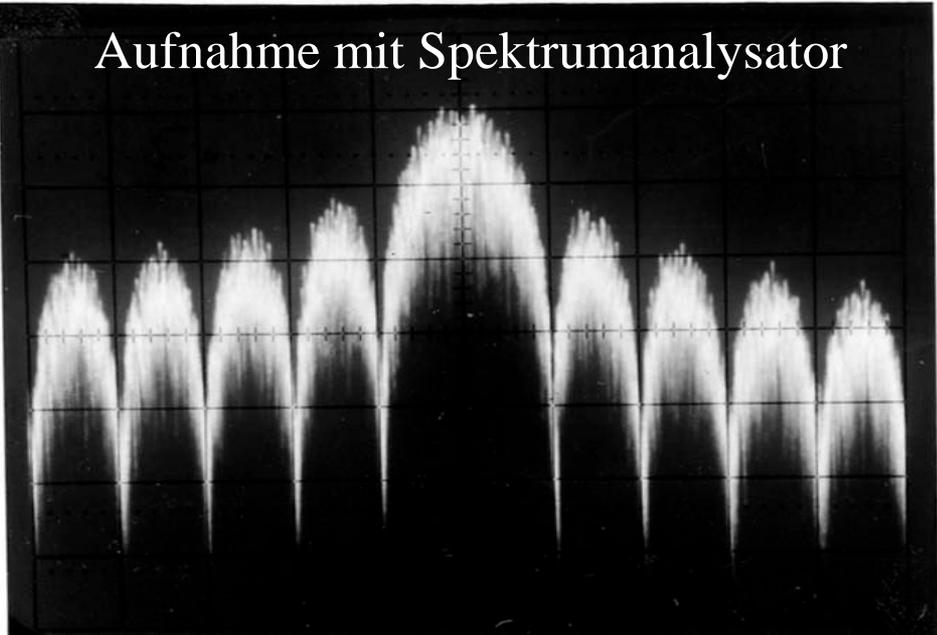
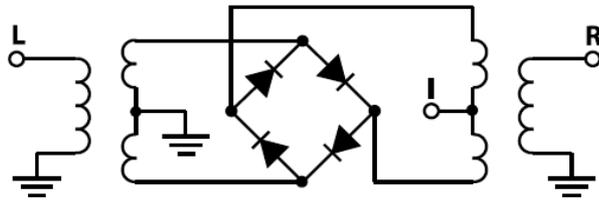
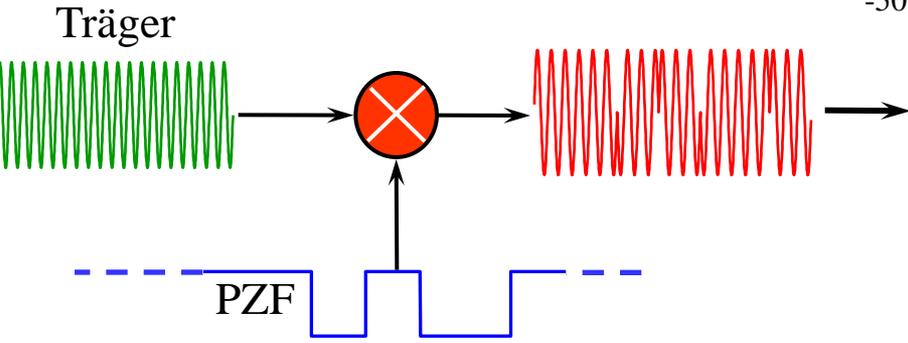
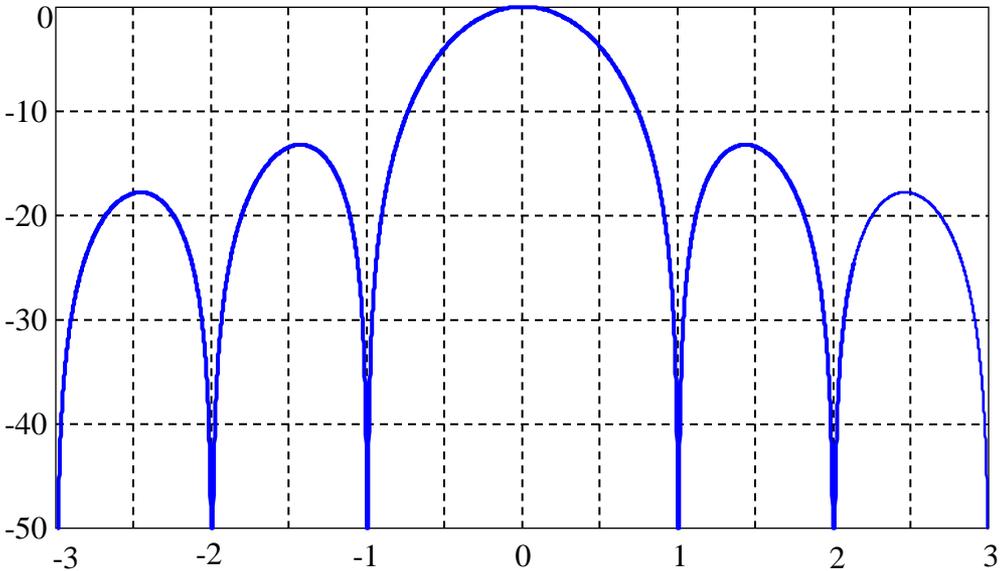
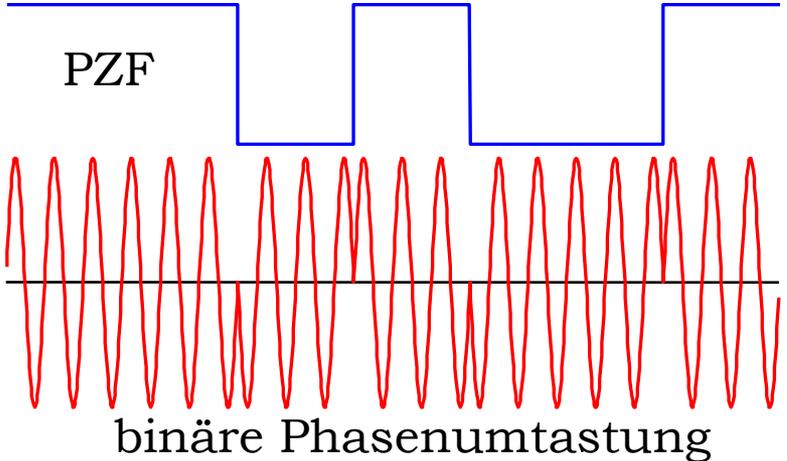


# Eigenschaften binärer Pseudozufallsfolgen (m-Sequenzen)

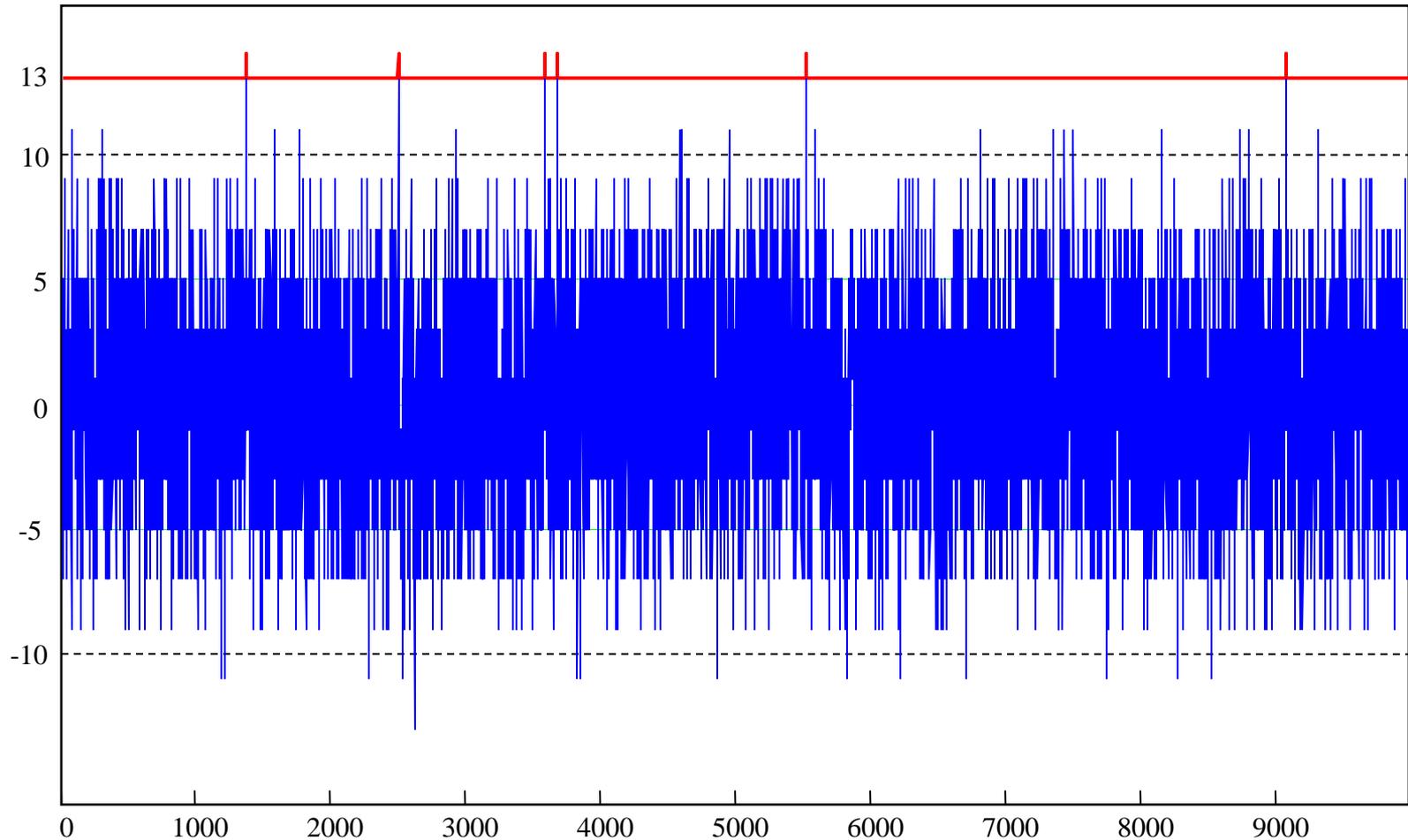


# Direct Sequencing Spread Spectrum – DSSS

norm. Leistungsdichtespektrum (logarithmisch)



# Fälschlich entdeckte Präambeln bei einem 13-bit-Barkercode: 6 Fehlalarme in 10.000 zufälligen Symbolen



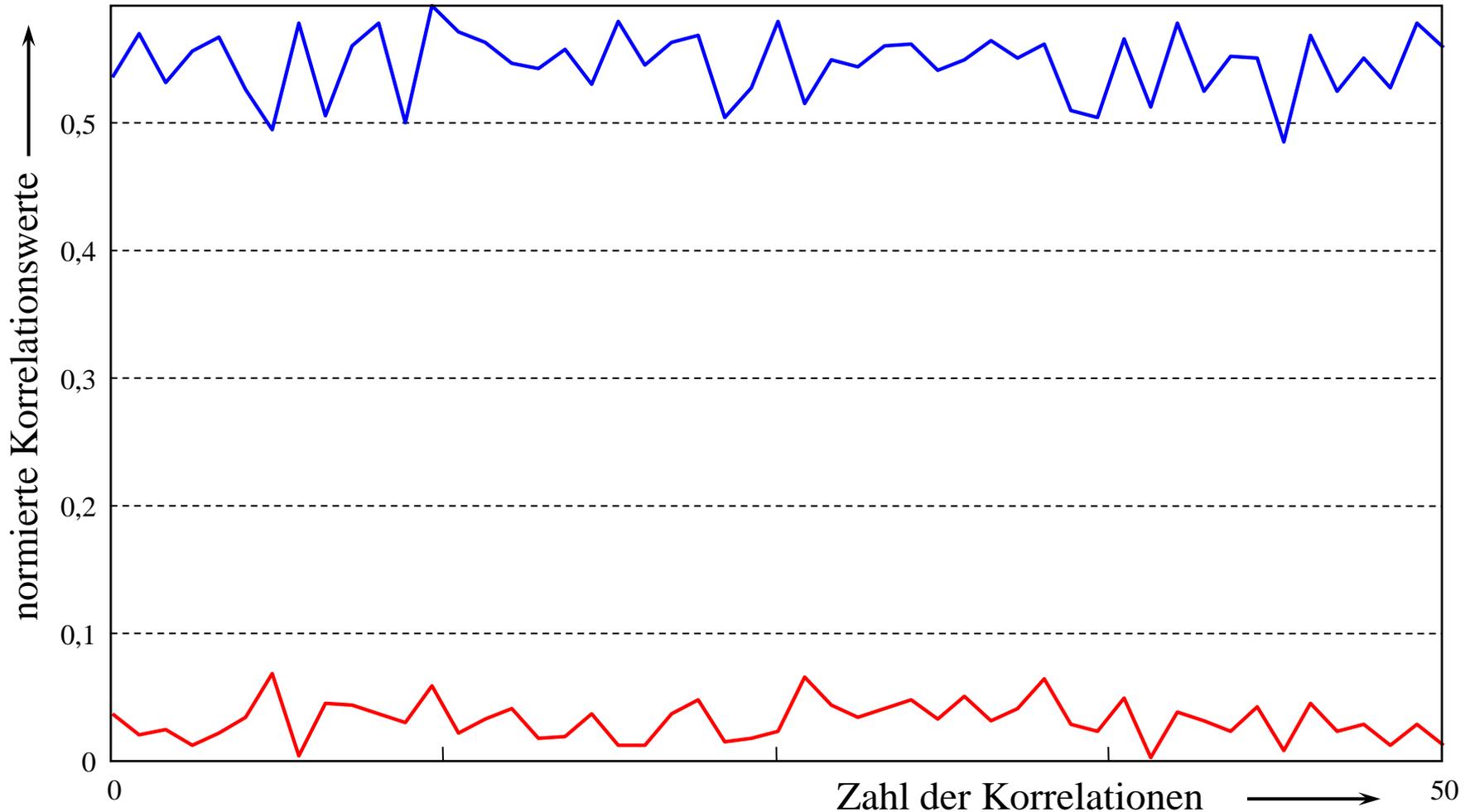
# Inkohärente FSK; Datenrate 9600bit/s; S/N≈0dB

Zahl der Abtastwerte: 250 , Abtastrate: 2,4MHz

$f_H = 120\text{kHz}$ ,  $f_L = f_H + 9600\text{Hz}$ ; Signalformdauer: 104,16 $\mu\text{s}$  (9,6kbit/s)

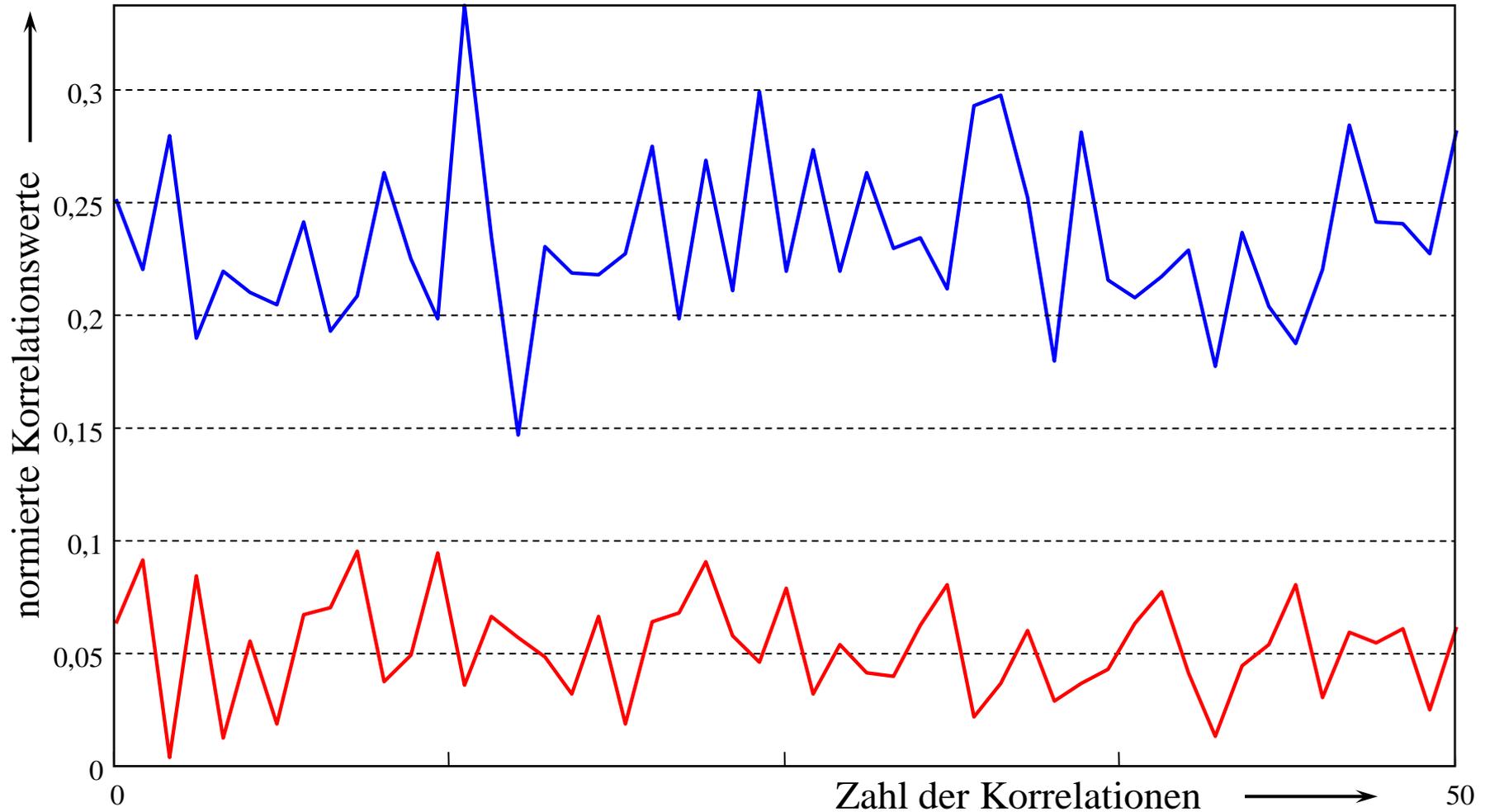
Nutzamplitude:  $A=70$ , **S/N≈0dB**

Max. Korrelationswert:  $m = 128^2 / 2 \cdot 250 = 2.048.000$



# Inkohärente FSK; Datenrate 9600bit/s; S/N $\approx$ -11dB

Zahl der Abtastwerte: 250 , Abtastrate: 2,4MHz  
 $f_H= 120\text{kHz}$ ,  $f_L=f_H+9600\text{Hz}$ ; Signalformdauer: 104,16 $\mu\text{s}$  (9,6kbit/s)  
Nutzamplitude:  $A=30$ , **S/N $\approx$ -11dB**  
Max. Korrelationswert:  $m=128^2/2\cdot 250=2.048.000$



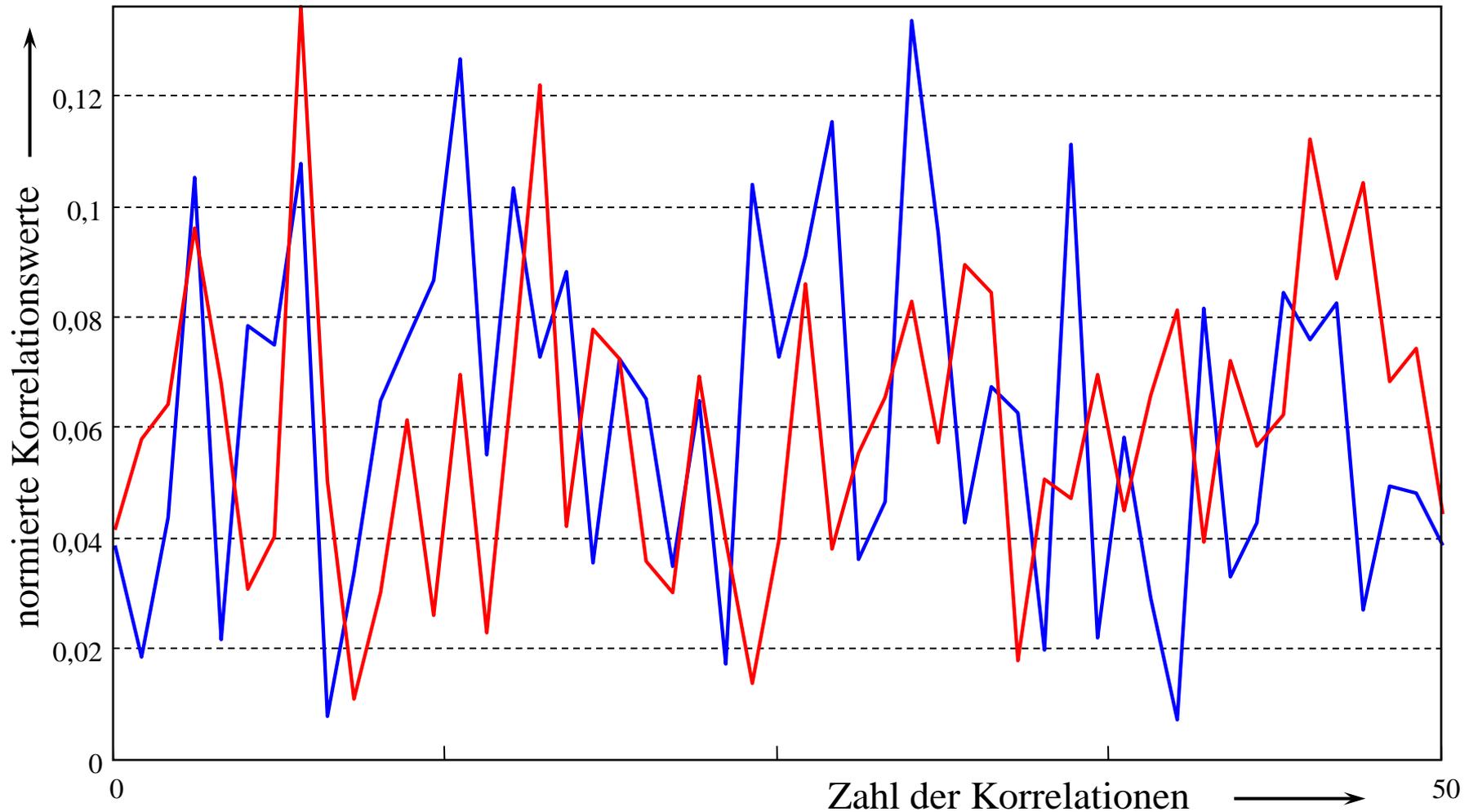
# Inkohärenter FSK-Empfänger bei reiner Störung

Zahl der Abtastwerte: 250 , Abtastrate: 2,4MHz

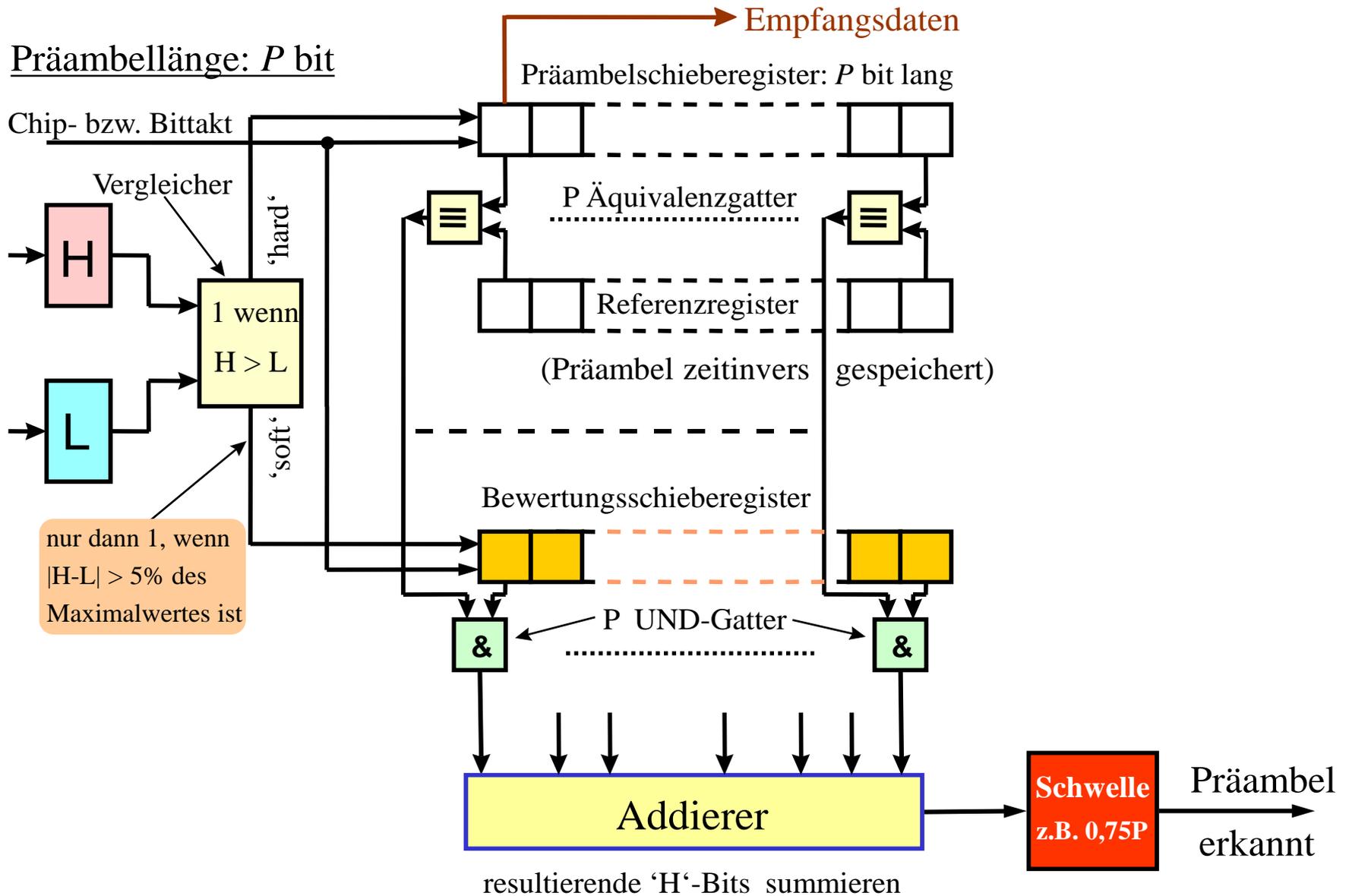
$f_H = 120\text{kHz}$ ,  $f_L = f_H + 9600\text{Hz}$ ; Signalformdauer:  $104,16\mu\text{s}$  (9,6kbit/s)

Nutzamplitude:  $A=0$

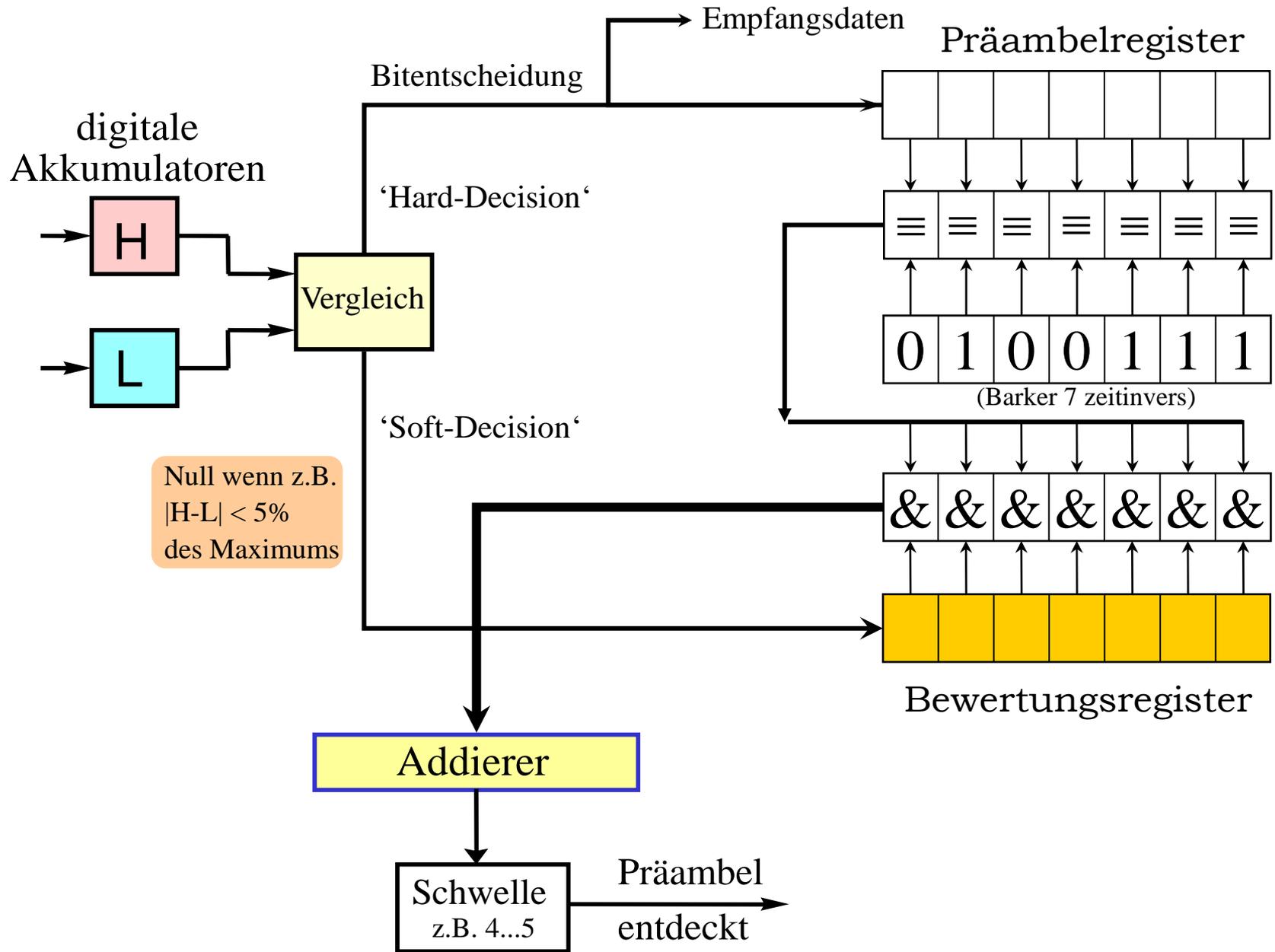
Max. Korrelationswert:  $m = 128^2 / 2 \cdot 250 = 2.048.000$



# Prinzip der Qualitätsbewertung von Korrelationsergebnissen

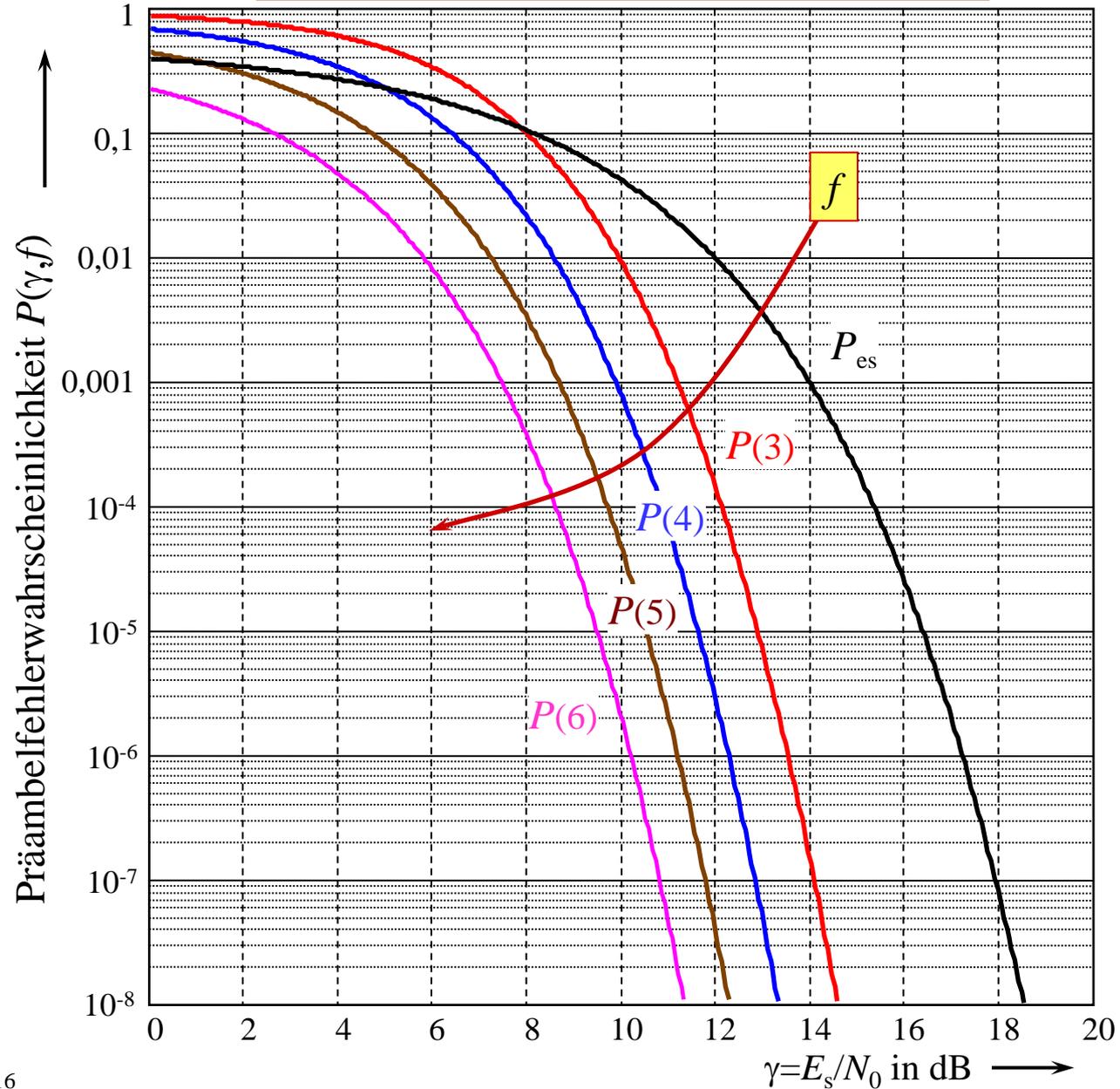


# Beispiel zur Qualitätsbewertung mit einem 7-er Barkercode



$\sigma=11$

$$P(\gamma, f) = \sum_{i=f}^{\sigma} \binom{\sigma}{i} \cdot P_{es}(\gamma)^i \cdot (1 - P_{es}(\gamma))^{\sigma-i}$$



$$P_{es} = \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{E_s}{4 \cdot N_0}}$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß bei inkohärentem FSK-Empfang ein einzelnes Präambelsymbol fehlerhaft detektiert wird, ist:

$$P_{es}(\gamma) = \frac{1}{2} \cdot e^{-\gamma/4}, \quad \text{mit } \gamma = \frac{E_s}{N_0}$$

Bei einer Einzelbeobachtung ist die Wahrscheinlichkeit, daß genau  $f$  von  $\sigma$  Symbolen falsch und  $\sigma-f$  korrekt empfangen werden gegeben durch

$$P_f(f) = P_{es}^f \cdot (1 - P_{es})^{\sigma-f}$$

Die Zahl der Kombinationen mit  $f$  falsch und  $(\sigma-f)$  richtig empfangenen Symbolen ist

$$Z(f) = \binom{\sigma}{f} = \frac{\sigma!}{f! \cdot (\sigma-f)!}$$

Damit erhält man für die gesamte Wahrscheinlichkeit, daß genau  $f$  der  $\sigma$  Symbole falsch und  $(\sigma-f)$  korrekt empfangen werden

$$P_{fg} = P_f(f) \cdot Z(f) = \binom{\sigma}{f} \cdot P_{es}^f \cdot (1 - P_{es})^{\sigma-f}$$

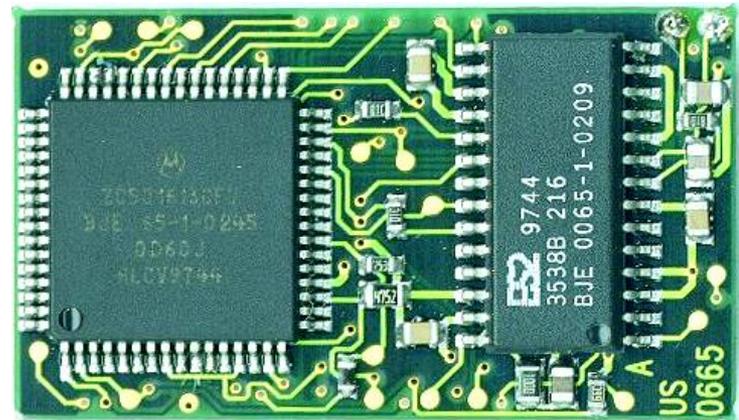
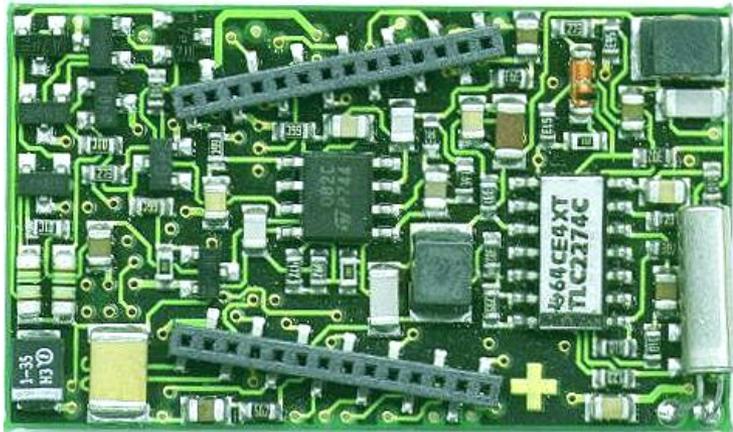
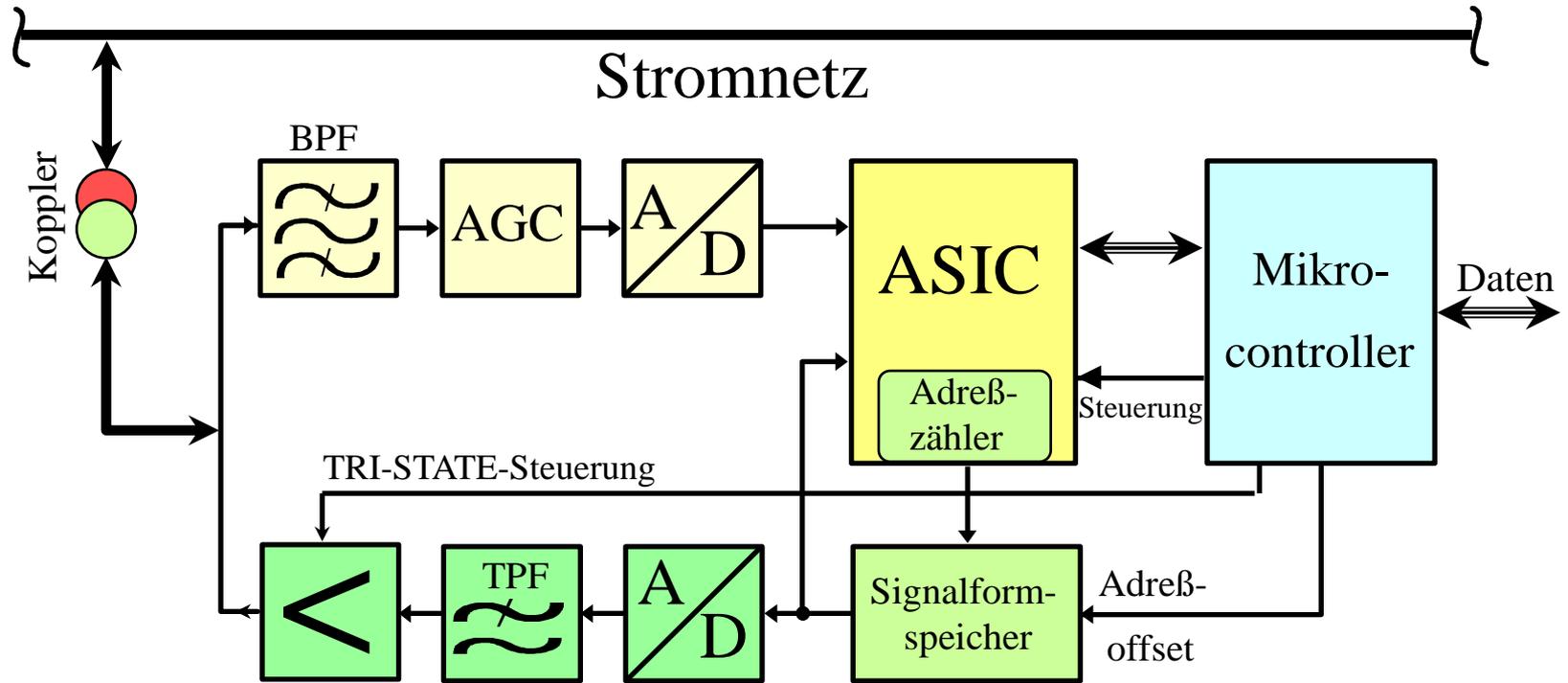
Wird die Schwelle auf  $(\sigma-f)$  gesetzt, dürfen  $f$  Symbole falsch detektiert werden und  $(\sigma-f)$  müssen korrekt empfangen werden. Die Wahrscheinlichkeit einer fehlerhaften Präambel-detektion ist dann die Summe der Wahrscheinlichkeiten, daß  $f, f+1, f+2 \dots \sigma$  Symbole fehlerhaft detektiert werden:

$$P(f) = \sum_f P_{fg} = \sum_f \binom{\sigma}{f} \cdot P_{es}^f \cdot (1 - P_{es})^{\sigma-f}$$

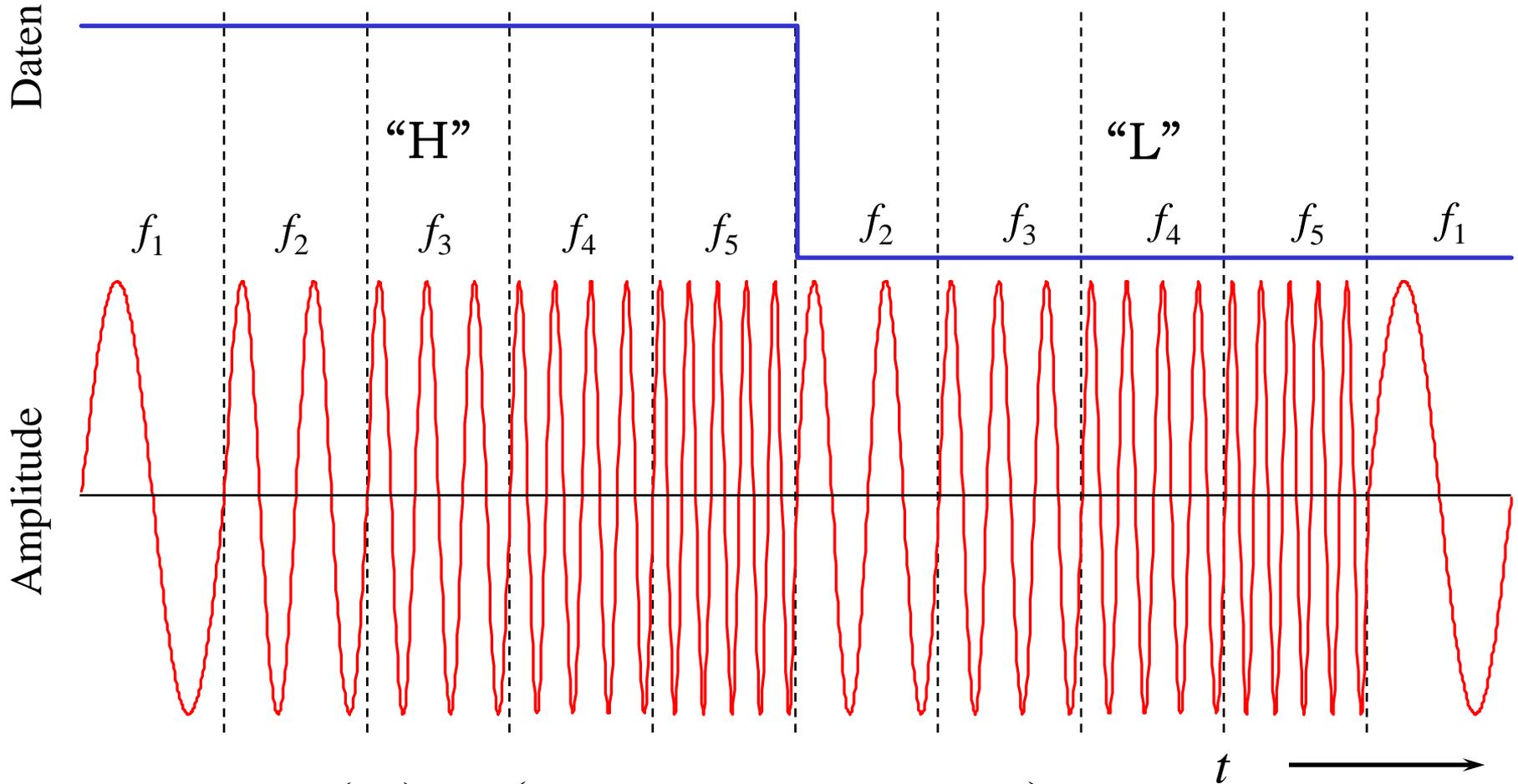
Läßt man z.B. 3 fehlerhaft empfangene Symbole zu, erhält man die Präambelfehlerwahrscheinlichkeit

$$P(3) = \sum_{i=3}^{11} \left( \frac{11!}{i! \cdot (11-i)!} \right) \cdot P_{es}^i \cdot [1 - P_{es}]^{11-i}$$

# Blockschaltung und Realisierung des Powernet-EIB-Systems



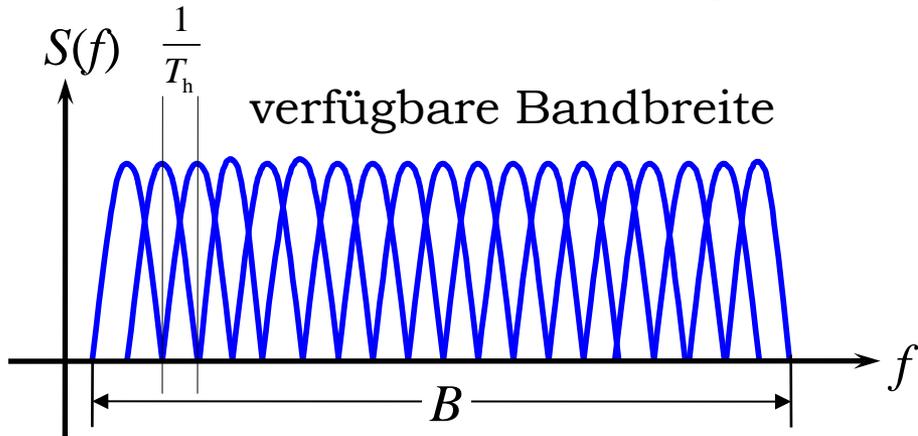
# Frequency-Hopping als Beispiel für Spread-Spectrum Modulation



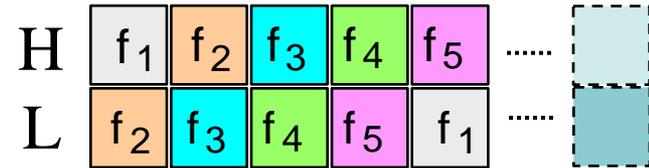
$$s_{\text{FH}i}(t) = A \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{T_h}\right) \cdot \sin\left(2\pi\left(f_o + \left[i - \frac{N_{\text{FH}} + 1}{2}\right] \cdot h_r\right)t\right), \quad \text{with } i \in \{1 \dots N_{\text{FH}}\}$$

- $h_r$  wird als **Hoprate** bezeichnet
- zu beachten ist, dass der minimale Frequenzabstand  $1/h_r$  sein muß

# Allgemeine Aspekte von Frequency-Hopping



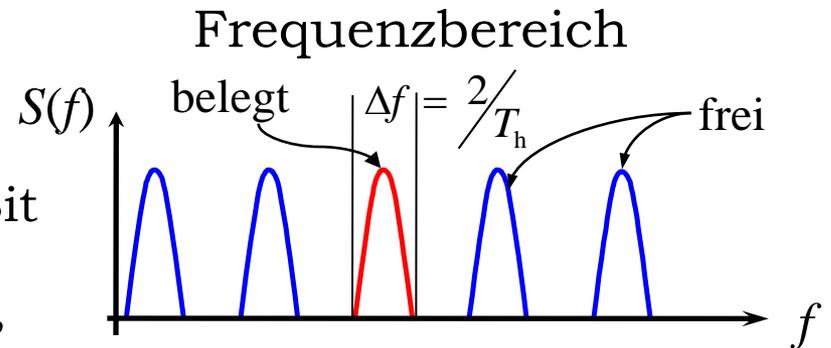
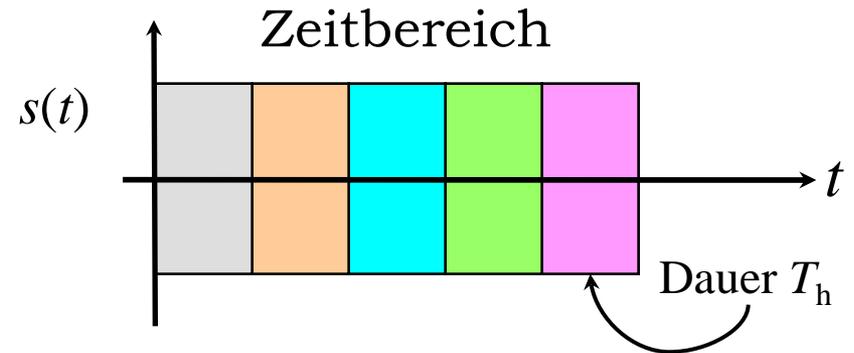
## Beispiel für einen Kanal



$$h_r = z \cdot r_D = 1/T_h$$

$$N_{FH} = B_g / h_r$$

$$K_{\max} = N_{FH} / 2$$



- $B$  - verfügbare Bandbreite
- $r_D$  - Datenrate in bit/s
- $z$  - Zahl der Frequenzsprünge pro Bit
- $h_r$  - Hoprate
- $N_{FH}$  - Zahl 'orthogonaler Frequenzen'
- $K_{\max}$  - max. Zahl paralleler Kanäle

# Frequency-Hopping Systembeispiel

